

APORTES TEÓRICOS DE PESQUISAS QUE UTILIZARAM O GEOGEBRA

Celina A. A. P. Abar

Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil

abarcaap@pucsp.br

Modalidade: Conferência plenária

Nível educativo: Não específico

Palavras chave: Educação Matemática, Teoria das Situações Didáticas, GeoGebra, Tecnologias da Informação e Comunicação

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar as pesquisas realizadas entre 2009 e 2011 com o uso do GeoGebra no Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática da PUC/SP, as teorias utilizadas, o papel do GeoGebra em cada uma delas, que considerações foram feitas sobre seu uso, os propósitos de cada autor e os resultados alcançados. Considerando aspectos da análise temática, verificou-se que dos dezenove trabalhos, sete deles utilizaram como aporte teórico a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau. Essas sete pesquisas são objetos de análise deste estudo e mostram que a utilização desta teoria pode ser considerada como uma alternativa na busca de caminhos para a construção de situações com o uso do GeoGebra que auxiliem na superação das dificuldades do ensino e da aprendizagem da Matemática. As conclusões evidenciam que outras tecnologias utilizadas nos distintos momentos de algumas pesquisas tiveram caráter complementar e os autores dos trabalhos puderam buscar, ao longo de toda a estratégia, a melhor solução para as atividades propostas em um contexto que admite a incorporação de mídias tradicionais e digitais.

1. Introdução

A proposta desse trabalho é apresentar, considerando aspectos da análise temática, as pesquisas realizadas entre 2009 e 2011 no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática com o uso do GeoGebra. e deste modo verificar-se os aportes teóricos utilizados, qual o papel do GeoGebra em cada uma das pesquisas, que considerações foram feitas sobre seu uso, os propósitos de cada autor e os resultados alcançados.

Assim, as seguintes questões orientaram a análise realizada:

- Qual objeto matemático trata a pesquisa?
- Qual a proposta apresentada?
- Quais os aportes teóricos utilizados?
- Quais as conclusões obtidas?

Neste estudo, não a análise temática como um todo, mas alguns de seus aspectos serviram de suporte para o trabalho desenvolvido, pois segundo Minayo (2004), operacionalmente, a análise temática desdobra-se em três etapas: pré-análise; exploração do material; tratamento dos resultados obtidos e interpretação.

Zanella (2009) salienta que:

Na análise temática você deve compreender a mensagem do autor, mas sem interferir nas ideias preconizadas por ele. Isto quer dizer que você deve ouvir o que o autor do texto quer dizer, sem emitir julgamento ou crítica. Então, inicialmente procure identificar o tema, releia o texto e procure captar os motivos, as dificuldades, isto é, a determinação do problema que levou o autor a escrever sobre tal assunto. Nesse sentido, é importante que você faça algumas perguntas que possibilitem identificar o problema, do tipo: “Qual a dificuldade que será resolvida? Qual o problema a ser solucionado?” A identificação do problema revela a ideia principal defendida pelo autor. A ideia central do texto sempre é uma oração, uma proposição, e expressa a linha de raciocínio utilizada para transmitir a mensagem, isto é, o processo lógico do pensamento do autor. Tendo evidenciado a estrutura lógica do texto, você pode esquematizar e construir um roteiro sobre as ideias (principal e secundárias) expostas no texto.(p.31)

Assim, seguindo alguns passos sugeridos na análise temática, verifica-se que de 2009 até 2011 foram defendidos no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, dezenove trabalhos trazendo em comum o desafio do uso do GeoGebra. Procurou-se identificar que aspectos e dimensões foram privilegiados e de que forma e em que condições foram produzidas tais pesquisas. Para a análise pretendida, cada trabalho foi lido como um todo, com a finalidade de adquirir uma visão global e entender os objetivos, procedimentos e resultados de cada um.

2. Justificativa do estudo

Embora outros trabalhos no campo da Educação Matemática tenham sido realizados, no mesmo programa de estudos Pós Graduados¹, com o uso de outros *softwares* que permitem a interação, a justificativa para proceder este estudo é divulgar o conhecimento acerca das pesquisas, em específico com o uso do GeoGebra, refletir em nível de pós-graduação sobre a produção obtida e justificar a relevância do uso do GeoGebra na Educação Matemática.

Soares (1989) afirma em sua pesquisa que:

Essa compreensão do estado de conhecimento sobre um tema, em determinado momento, é necessária no processo de evolução da ciência, a fim de que se ordene periodicamente o conjunto de

¹ <http://www.pucsp.br/pos/edmat>

informações e resultados já obtidos, ordenação que permita indicação das possibilidades de integração de diferentes perspectivas, aparentemente autônomas, a identificação de duplicações ou contradições, e a determinação de lacunas e vieses. (1989, p. 3)

Por outro lado, segundo Ferreira (2002), conhecer o já construído e produzido permite a indicação de outras possibilidades de pesquisas para o que ainda não foi feito, procurando dar conta de determinado saber que se avoluma rapidamente. Como exemplo, pode-se citar o volume de trabalhos sobre o tema aqui analisado, apresentados na 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra e publicados na Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo².

Ferreira (2002) ainda salienta que:

Nos últimos vinte anos, com o fortalecimento da produção acadêmica-científica, com pesquisas que emergem em diferentes programas e pós-graduação pelo país, um movimento se transforma em empenho de diferentes entidades (faculdades e associações de financiamento de pesquisas) para o estabelecimento de uma política de divulgação de seus trabalhos científicos. (p.260)

Todas as pesquisas aqui analisadas trazem em comum a opção didática do uso do GeoGebra na Educação Matemática, foram realizadas por professores em pleno exercício de sua prática e, deste modo, dão respostas a uma classe de profissionais, professores da escola básica, que vê a universidade como uma prestadora de serviços que pode subsidiar a sua prática docente e cujos trabalhos não ficam restritos às prateleiras das bibliotecas das universidades.

3. Procedimentos metodológicos

Inicialmente, os trabalhos foram agrupados de acordo com o conteúdo matemático explorado, identificado logo no título de cada um. Contudo, como orienta Severino (2001):

Nem sempre o título da unidade dá uma ideia fiel do tema. Às vezes apenas insinua por associação ou analogia; outras vezes não tem nada a ver com o tema. (...) é preciso captar a perspectiva de abordagem do autor: tal perspectiva define o âmbito dentro do qual o tema é tratado, restringindo-o a limites determinados. (p.54)

Desse modo, em um segundo momento, foi feita a leitura dos respectivos resumos com o objetivo de identificar a questão de pesquisa, os objetivos, os tipos de pesquisas realizadas: se quantitativa ou qualitativa, os respectivos públicos envolvidos e os aportes teóricos e metodológicos utilizados.

² <http://revistas.pucsp.br/IGISP>

Garrido (1993, apud FERREIRA, 2002, p. 262), na apresentação do Catálogo do Instituto de Psicologia da USP prescreve o que deve constar em cada resumo:

O objetivo principal de investigação; a metodologia e procedimento utilizado na abordagem do problema proposto; o instrumento teórico, técnicas, sujeitos e métodos de tratamento dos dados; os resultados; as conclusões e, por vezes, as recomendações finais.

Na leitura e análise dos resumos foi possível identificar o objeto matemático subjacente à pesquisa, os aportes teóricos e metodológicos e o público alvo. No entanto, foi necessária uma leitura minuciosa para atender ao objetivo de verificar qual o papel do GeoGebra em cada pesquisa, assim como as considerações feitas sobre seu uso, os propósitos de cada autor e os resultados alcançados.

Dos dezenove trabalhos, sete deles utilizaram como aporte teórico a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau e essas pesquisas serão objetos de análise neste trabalho.

4. Sobre o software GeoGebra

O *software* GeoGebra³ foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, diretor do projeto GeoGebra com sede na Universidade Johannes Kepler, localizada em Linz, Áustria. De acordo com Hohenwarter e Preiner (2007), o *software* GeoGebra foi vencedor de vários prêmios internacionais com tradução para mais de 50 diferentes linguagens, incluindo a língua portuguesa.

Os *softwares* que trabalham apenas com construções geométricas como pontos, linhas e todas as secções cônicas, são classificados por Hohenwarter e Preiner (2007) como *Softwares* de Geometria Dinâmica (Dynamic Geometry Software – DGS). Os autores pontuam que o GeoGebra, além do trabalho com geometria, possui características típicas de um Sistema de Álgebra Computacional (Computer Algebra System – CAS).

Pelo fato do GeoGebra servir para o trabalho de geometria, álgebra e cálculo, os autores o classificam como um *Software* de Matemática Dinâmica (Dynamic Mathematics Software – DMS), para o ensino e a aprendizagem de Matemática e para qualquer nível escolar.

Hohenwarter e Preiner (2007) afirmam que a ideia básica do GeoGebra é prover ao menos de duas representações cada objeto matemático nas suas janelas de álgebra e de visualização.

³ <http://www.geogebra.org>

5. Pesquisas com aporte teórico em Guy Brousseau

Considerando uma situação didática como o conjunto das diferentes formas de apresentação do conteúdo matemático, verifica-se que a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau está presente em sete das pesquisas apresentadas.

Essa presença significativa no aporte teórico da TSD pode ser justificada pelo fato dessa teoria apoiar e orientar a construção de modelos de situações utilizadas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Almouloud (2007, p. 32) afirma que “o objetivo da teoria das situações é caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações reproduzíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos dos alunos”.

Deste modo a *situação didática* deve ser o objeto central de estudo, pois permite a identificação das interações que ocorrem entre professor e aluno mediadas pelo saber nas situações de ensino propostas.

Segundo Brousseau (1986, apud FREITAS, 1999, p. 67):

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição (...) O trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes

Almouloud (2007) ressalta que:

A *situação adidática*, como parte essencial da *situação didática*, é uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este, condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar. (p. 33)

Percebe-se, desta forma, que existem determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais há um trabalho independente do aprendiz sobre uma influência oculta de uma intenção de ensino e nenhum controle direto por parte do professor. Nessas condições, encontra-se a *situação adidática*, que pode ser considerada como um ambiente exemplar em uma situação de ensino na qual “o aluno não distingue de imediato, na situação, o que é de origem adidática ou de origem didática”. (ALMOULOU, 2007, p.35)

Na definição de Brousseau (1986, apud FREITAS, 1999):

Quando o aluno se torna capaz de por em funcionamento e utilizar por si mesmo o saber que está construindo, em situação não prevista em qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que pode ser chamado de situação adidática.(p.69)

Segundo Almouloud (2007):

Para analisar o processo da aprendizagem, a teoria das situações observa e decompõe esse processo em quatro fases diferentes, nas quais o saber tem funções diferentes e o aprendiz não tem a mesma relação com o saber. Nessas fases interligadas, podem-se observar tempos dominantes de ação, de formulação, de validação e de institucionalização. (p.36)

Freitas (1999) caracteriza as quatro fases no excerto a seguir:

Situações de ação: quando o aluno, que se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema, realiza determinadas ações mais imediatas, que resultam na produção de um conhecimento de natureza mais operacional. (p.78)

Situações de formulação: o aluno já utiliza, na solução do problema estudado, alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos além de mostrar um evidente trabalho com informações teóricas de uma forma bem mais elaborada, podendo ainda utilizar uma linguagem mais apropriada para viabilizar esse uso da teoria.(p.79)

Situações de validação: são aquelas em que o aluno já utiliza mecanismos de prova e onde o saber é usado com esta finalidade.(p.80)

Situações de institucionalização: visam estabelecer o caráter de objetividade e universalidade do conhecimento. (p.82)

As quatro situações acima mencionadas podem ser identificadas nos trabalhos analisados e, em geral, nas situações de ação os sujeitos das pesquisas interagem com o *software* GeoGebra por meio dos movimentos dos objetos construídos. Nas situações de formulações, os participantes observam os resultados na janela algébrica, elaboram conjecturas ou conversam entre si sobre hipóteses de resolução. Nas ações de validação, eles compreendem o conceito explorado e validam as hipóteses levantadas. As ações de institucionalização foram realizadas pelo professor pesquisador em interação com os pesquisados.

As conclusões evidenciam que as diversas tecnologias utilizadas nos distintos momentos de algumas pesquisas (lápiz, papel, calculadora, *software* GeoGebra) tiveram caráter complementar e os pesquisados puderam buscar, ao longo de toda a estratégia, a melhor solução para as atividades propostas.

A conclusão dos trabalhos sobre a exploração de aspectos gráficos relacionados, em especial ao estudo das funções evidenciam que as atividades desenvolvidas utilizando o *software* GeoGebra foi uma estratégia eficiente para atingir os objetivos propostos.

Importante observar que uma das questões primordiais da TSD, na qual o papel do professor é fundamental, é a forma de apresentação do conhecimento num contexto que proporcione ao aluno um verdadeiro sentido, estabelecendo correlações com outros saberes para que possam ser reconhecidos em outras situações.

No **Quadro 1** estão identificadas as pesquisas realizadas com aporte teórico na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e as respectivas situações de ação, formulação, validação e institucionalização que foram delineadas pelos próprios autores. Uma análise crítica das situações propostas pelos autores pode ser realizada com maior rigor. No entanto esta análise não se configura como objetivo deste trabalho que apresenta um “estado de conhecimento sobre um tema em um determinado momento” como salienta Soares (1989).

As pesquisas com o uso do GeoGebra tem se avolumado nos últimos tempos e a apresentação periódica de tais pesquisas podem indicar possibilidades para a prática do professor. No entanto é importante a reflexão do professor sobre as propostas apresentadas que pode permitir “a identificação de duplicações ou contradições, e a determinação de lacunas e vieses” (Soares, 1989).

Apresentadas e analisadas as pesquisas com aporte teórico em Guy Brousseau, as demais utilizaram estratégias com suporte em alternativas teóricas que também permitiram o alcance dos respectivos objetivos.

Assim, este estudo procura trazer para o leitor, apenas as ideias básicas das teorias que deram suporte às investigações realizadas. Pode-se constatar que os aportes teóricos tiveram um papel fundamental na criação das propostas apresentadas com a mediação do *software* GeoGebra.

8

		significati vo.	localizar ferramenta de adição de vetores.		especificando melhor os objetos de entrada e saída.		depois da situação de institucionalização.
Função afim: uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra	Função afim	EF	Desenvolver uma sequência de ensino que contribua para o desenvolvimento da capacidade de expressar algébrica e gráficamente a dependência de duas variáveis de uma função afim e reconhecer que seu gráfico é uma reta, relacionando os coeficientes da equação da reta com o gráfico.	Leitura das atividades.	Discussões entre pares de alunos e simulações no GeoGebra.	Respostas registradas pela equipe em fichas.	Objetivos propostos alcançados.
O uso reconstrutivo do erro na aprendizagem de simetria axial: uma abordagem a partir de estratégias pedagógicas com uso de tecnologias	Transformações Geométricas: simetria axial	EF	Atividades relativas às transformações isométricas, mais especificamente ligadas à simetria axial.	Realizadas com papel e lápis, e posteriormente identificar o que os alunos conhecem sobre simetria axial e sobre o método de construção com régua e compasso. Momento dois, no GeoGebra: preparado em atividades	Momento um, com papel e lápis: identificar o que os alunos conhecem sobre simetria axial e sobre o método de construção com régua e compasso. Momento dois, no GeoGebra: preparado em atividades	Categorias de análise: erros cometidos pelos alunos na consecução das atividades e sua reconstrução. Os alunos puderam superar a validação empírica obtida anteriormente,	As diversas tecnologias utilizadas nos distintos momentos da pesquisa tiveram caráter complementar. TSD: os sujeitos puderam buscar, ao longo de toda a estratégia, a melhor solução para as

Estratégias pedagógicas com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas e nas chamadas "regras de sinais	Operações aritméticas	EF Alunos com extrem defasagem em de aprendizagem	Investigar em que medida uma estratégia pedagógica com o uso dos três instrumentos de pesquisa (lápiz e papel, calculadora e GeoGebra) pode fomentar a aprendizagem dos conceitos envolvidos nas chamadas "regras de sinais" quando utilizadas em conjunto com as operações aritméticas.	Em cada atividade com o uso do GeoGebra: leitura do instrumento de pesquisa. Utilização da ferramenta tecnológica a qualquer momento: uso do mouse e movimento de pontos. Interpretar a operação solicitada.	função dos erros cometidos pelos alunos no momento em. Eles puderam compreender e formular diversos elementos que permitiram transformar o conhecimento implícito em conhecimento explícito.	refinando a formulação, discutindo e refutando conjecturas, de modo a consolidar as ideias adquiridas	palavras com o uso do GeoGebra: arrastar e mover, manter e conservar, intersecção, etc. Foi possível identificar o momento correto para formalizar o saber adquirido, reforçando e reposicionando seu <i>status</i> de saber matemático.	atividades propostas compreendendo um contexto que admite a incorporação de mídias tradicionais e digitais.

Situações de aprendizagem: circunferência, mediatriz e uma abordagem com o GeoGebra	Lugar geométrico	EF e EM	Sequência didática com o objetivo da construção dos conceitos de circunferência e mediatriz, sob o ponto de vista de lugares geométricos por meio de lápis e papel, e o uso do GeoGebra.	Leitura e interpretação do enunciado das questões, análise da ação proposta, manipulação das ferramentas do GeoGebra,	Desenvolvem estratégias para possíveis soluções por meio de esboços no papel e pelo uso do GeoGebra, inserindo pontos e editando.	Tentativa de convencimento aos demais de que as estratégias estão corretas e também na verificação no GeoGebra, por meio do recurso de arrastar e quando a construção “desmanchava”.	O professor organiza as conclusões apresentando a solução com o uso do GeoGebra.	A intervenção mediada pelo GeoGebra auxiliou os estudantes na superação dos problemas encontrados, favorecida pela proposta colaborativa das situações didáticas planejadas.
Ambiente informatizado: para o aprofundamento da função quadrática por alunos da 2ª série do Ensino Médio	Função polinomial de segundo grau	EM	Desenvolver um ambiente informatizado para que, por meio de uma sequência de atividades, o aprofundamento dos conhecimentos relacionados à função polinomial de segundo grau seja favorecido.	Movimento dos seletores. Observam as modificações nos registros de representação algébrica e gráfica.	Registram suas anotações.	Discutem entre os pares as conjecturas	O professor expõe suas definições por meio de vídeos e pela própria fala, esclarecendo a diferença entre registros algébricos e gráficos.	Um ambiente informatizado. As atividades propostas favoreceram a compreensão dos registros de representação algébrica e gráfica, além do aprofundamento dos conhecimentos relacionados ao objeto matemático da pesquisa.

6. Conclusão

Todas as pesquisas realizadas entre 2009 e 2011, com o uso do GeoGebra, no Programa de Estudos Pós Graduação em Educação Matemática podem servir de referência para os professores que ensinam matemática e pretendem utilizar o GeoGebra na sua prática docente pois permitem uma reorganização dos conteúdos matemáticos trabalhados.

Pode-se concluir que a utilização dos aportes teóricos em Guy Brousseau e outros pesquisadores, pode ser considerada como uma importante alternativa na busca de caminhos para a construção de situações que auxiliem na superação das dificuldades do ensino e da aprendizagem matemática.

As pesquisas⁴ evidenciam que para um professor utilizar uma ferramenta tecnológica como suporte para o ensino da matemática é aconselhável que ele determine quais objetivos quer alcançar, qual conhecimento matemático pretende proporcionar aos seus alunos e qual ferramenta tecnológica pode contribuir para isso. Outra constatação é que o uso de recursos como papel, lápis, régua, etc. foi importante e complementar. Por isso, essas ferramentas não podem ser descartadas por completo.

Do mesmo modo, os pesquisadores, por meio das institucionalizações, ao assumir um papel ativo nos respectivos processos e sem retirar a liberdade dos pesquisados, permitiram que os alunos conjecturassem, experimentassem, questionassem e mostrassem independência no uso do GeoGebra ao ponto de desenvolverem estratégias próprias.

A análise e a interpretação dos sete trabalhos aqui apresentados mostraram que houve a construção do saber matemático pelos sujeitos das pesquisas na interação com o GeoGebra, colaborando com o processo de aprendizagem do respectivo objeto matemático explorado e revelando que o uso das tecnologias como mediadoras no processo de aprendizagem pode subsidiar estratégias pedagógicas para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

⁴ As pesquisas apresentadas podem ser acessadas em
http://www.pucsp.br/geogebra/pesquisa_publicacoes.html

Referências

- ALMOULOU, Saddo Ag. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. Curitiba: Ed. UFPR,
- FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. (2002). As Pesquisas denominadas Estado da Arte. *Educação & Sociedade*, p.257-272, ano XXIII nº79, Campinas. Disponível em www.scielo.br/pdf/es/v23n79/10857.pdf . Acesso em: 14 abril 2012.
- FREITAS, José Luiz Magalhães de. (1999). *Situações Didáticas, Educação Matemática - Uma introdução*. Série Trilhas, Editora da PUC-SP.
- GARRIDO, Elsa. (1979). *A técnica cloze e a compreensão da leitura: Investigação em textos de estudos sociais para a 6ª série*. Dissertação de mestrado, USP. São Paulo.
- HOHENWARTER, Markus, PREINER, Judith. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra. The Journal of Online Mathematics and Its Applications. Disponível em: <http://www.maa.org/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html>. Acesso em: 17 abr. 2012.
- MINAYO, Maria Cecília de Souza. (2004). *O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde*. 8ª ed. São Paulo: Hucitec.
- MINAYO, Maria Cecília de Souza. (2004). *O Desafio do conhecimento – Pesquisa Qualitativa em Saúde*. Resenha disponível em <http://www.qir.com.br/?p=2906> . Acesso em 23/04/2012.
- SEVERINO, Antonio Joaquim. (2001). *Metodologia do trabalho científico*. São Paulo: Cortez & Moraes.
- SOARES, Magda. (1989). *Alfabetização no Brasil – O Estado do conhecimento*. Brasília: INEP/MEC.
- ZANELLA, Liane Carly Hermes. (2009). *Metodologia de estudo e de pesquisa em administração* / Liane Carly Hermes Zanella. Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração / UFSC; [Brasília]: CAPES: UAB. Disponível em: http://portal.virtual.ufpb.br/biblioteca-virtual/files/pub_1291089407.pdf Acesso em 23/04/2012.