

## **CORES DINÂMICAS COM O GEOGEBRA: PERSPECTIVAS DE INCREMENTAR A ABORDAGEM NO ESTUDO DE FUNÇÕES**

Diego Lieban - Daiane Pertile

diego.lieban@bento.ifrs.edu.br - daiane.pertile@bento.ifrs.edu.br

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul,  
Câmpus Bento Gonçalves, Brasil

Modalidad: C.

Nivel educativo: Medio

Palabras-chave: Cores Dinâmicas; Investigación; Inequações

### **Resumo**

*O uso de softwares para o ensino e aprendizagem de matemática, apesar de estar cada vez mais em voga, carece ainda de iniciativas inovadoras e que promovam estratégias que explorem os limites de seus recursos e potencialidades. Diante das dificuldades apresentadas no estudo de funções, pretende-se, com este trabalho, propor uma alternativa didática apoiada na tecnologia a fim de tornar mais evidente o comportamento de dependência entre duas variáveis. Para tanto, há uma tentativa de incrementar a abordagem deste conceito tão importante, explorando relações estabelecidas por inequações. A propriedade de cores dinâmicas que possuem os objetos criados com o GeoGebra permite definir a pigmentação de pontos a partir de suas coordenadas e expressões algébricas (atreladas às suas posições analíticas). Diferente do modelo como são tradicionalmente exploradas as funções reais (a partir de suas leis de formação e de seus gráficos), a ideia é desenvolver e avaliar uma prática em que o usuário explore o resultado, plotado por um conjunto de pontos, procurando compreender a relação entre suas coordenadas. Neste sentido, com análise em oficinas a serem implementadas pelos pesquisadores, pretende-se avaliar a pertinência e exequibilidade da proposta em vista de contribuir para a discussão do ensino de funções.*

### **INTRODUÇÃO**

Pesquisas na área de ensino de Cálculo têm sustentado que o conceito de função tem sido uma das principais fontes de obstáculos epistemológicos para a aprendizagem dos conceitos básicos desta disciplina (SIERPINSKA, 1987; CABRAL, 1998; REZENDE, 2003a). Cabral (1998), por exemplo, revela-nos que as dificuldades dos estudantes na resolução de problemas de taxas relacionadas e problemas de otimização estão diretamente relacionados ao fato de não conseguirem “enxergar” as quantidades variáveis envolvidas no problema dessa natureza nem tampouco a relação funcional entre elas. Já Freitas (2002) analisou o desempenho de alunos do 1º ano do Ensino Médio, ao resolverem equações e sistemas de equações polinomiais do 1º grau, conteúdo que precede o estudo de funções. O autor considera que, em geral, as equações do 1º grau são resolvidas pelo método da transposição e que este método, quando

aplicado mecanicamente, pode levar os alunos a cometerem erros. Isto porque não há uma preocupação em entender o processo e sim, “chegar à resposta”.

No âmbito da Educação Matemática, discutem-se alguns vieses para contornar situações desse tipo, entre os quais, o uso de material concreto, o princípio da balança, a modelagem de problemas, a análise de erros, o recurso de jogos e a utilização de *softwares* (foco deste trabalho). Observa-se, entretanto, no contexto escolar em que estamos inseridos atualmente, que grande parte dos professores de Matemática da Educação Básica e Superior, embora reconheçam a importância do uso de *softwares* enquanto possibilidade para o ensino de vários conteúdos, ainda não tem, muitas vezes, domínio instrumental suficiente da tecnologia para desenvolverem suas práticas. Ou seja, não basta apenas o professor disponibilizar de ferramentas se a aplicação delas não for pensada e estudada previamente.

Além da análise e adequação do recurso, é fundamental que reforcemos sempre a reflexão sobre os papéis do professor e do aluno diante da tecnologia: nem deixar o aluno liberto demais (a ponto de sentir-se desassistido), nem fazer por ele as etapas que contribuam significativamente para o seu aprendizado (instruindo com uma série de “passo a passo”, por exemplo).

## **TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

A tecnologia é um setor que evolui rapidamente. Ela está cada vez mais presente no cotidiano de todos, em casa, no trabalho, na rua e particularmente nos ambientes e meios de ensino. Permitir que os alunos tenham condições de avaliar e rever seus procedimentos com respostas rápidas talvez seja um dos principais benefícios do uso de softwares interativos em sala de aula.

Segundo Silva (2000),

Na modalidade computacional interativa permitida pelas novas tecnologias informáticas, há mudança significativa na natureza da mensagem, no papel do emissor e no estatuto do receptor. A mensagem torna-se modificável na medida em que responde às solicitações daquele que a consulta, que a explora, que a manipula. (p.11)

Fazer uso da tecnologia para trabalhar conceitos diversos - seja em matemática ou qualquer outra área - em prol de uma aprendizagem significativa tem sido amplamente

defendido por diversos autores. Sobre essa tendência, Zorzan (2007) preconiza o recurso da tecnologia, alegando que:

Atualmente, em pleno século XXI, quando as máquinas possibilitam informações e soluções em um tempo reduzido, não é mais possível que a escola continue a desmerecer ou desconsiderar a tecnologia em suas propostas pedagógicas. [...] a escola não pode abrir mão dos novos recursos tecnológicos disponíveis, do contrário, tornar-se-á um espaço obsoleto e desvinculado das reais necessidades oriundas da inteligência humana. (p.10)

Porém, a inserção do recurso tecnológico em sala de aula deve ser cuidadosa, sob pena de tornar-se apenas um instrumento de dispersão e não atingir seus objetivos propostos. Ao refletirmos sobre a utilização do software GeoGebra como facilitador para a construção do conhecimento, é necessário e fundamental pensar em como fazer uso desta ferramenta para quebrar a “tradição” de decorar fórmulas. Possibilitar um aprendizado geométrico e algébrico, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos, é uma oportunidade de o aluno deixar de ser apenas um “burocrático copiador”, como muitas vezes vemos nas escolas. Deste modo, é possível introduzir o conceito matemático desses elementos a partir da resposta gráfica oferecida pelo programa de geometria dinâmica (GD), surgindo daí o processo de argumentação e dedução. Corroborando com este panorama Zorzan (2007) sustenta, ainda, que:

[...] os recursos tecnológicos desse contexto precisam ser estudados, analisados, para servirem de constructos a novas maneiras e possibilidades de constituição do saber escolar. De modo especial, o ensino da matemática não pode mais ater-se a um ensino memorístico, no qual se enfatizam as tabuadas e o exercício de cálculos, pois essas atividades não atendem às necessidades sociais. Assim, diante do desenvolvimento do pensamento, do conhecimento, da produção e da cultura, o ensino da matemática, como também das outras áreas do conhecimento, necessita de transformações nos aspectos didático-metodológicos. (p.11)

O professor, diante desta perspectiva, deve assumir um papel de parceiro, conduzindo atividades que visem a exploração e a descoberta e favoreçam a criatividade e o envolvimento do aluno com o assunto em questão. Assim, em uma prática em que o sujeito participa e percebe os resultados de suas ações, e mais, faz uso desta interação para o desenvolvimento do conhecimento, entende-se haver uma aprendizagem sólida e

consistente. Com isso, o professor pode, e deve, incentivar o espírito investigativo do aluno, solicitando ao final uma justificativa para as relações encontradas (uma demonstração), podendo ser mais (ou menos) formal de acordo com o nível de aprendizagem do aluno.

O estudo de funções da forma como é habitualmente trabalhado, na maioria das vezes não permite que o aluno visualize com clareza propriedades inerentes do tratamento variacional que está sob análise. Diante desta realidade, Rezende, Pesco e Bortolossi (2012), advertem:

Reafirmamos aqui a necessidade de se resgatar o contexto dinâmico no estudo do conceito de função. Nesse sentido, o uso de novas tecnologias, com destaque para os softwares de matemática dinâmica, como é o caso do GeoGebra, tem-se mostrado bem conveniente.

Os argumentos favoráveis ao uso desses softwares são bem diversificados. Experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas, argumentar e deduzir propriedades matemáticas são, em verdade, ações desejáveis no ensino de matemática em qualquer domínio de conhecimento e nível de ensino. Nesse sentido, essas ferramentas computacionais são bem-vindas no ensino das funções reais. Em particular, o software GeoGebra, com excelente interface dinâmica entre os sistemas algébrico e geométrico de representações, se apresenta como uma poderosa ferramenta para o estudo do comportamento variacional das funções reais.

## CONCEPÇÃO DA PROPOSTA

A utilização de cores nas representações dos mais diversos tipos tem, além do caráter estético, especial valor por permitir que se faça, com clareza, uma distinção na identificação dos diferentes elementos envolvidos. Em geometria dinâmica, especialmente com o *software* GeoGebra é comum que os desenvolvedores de arquivos voltados para o ensino de matemática explorem o recurso de colorir os objetos existentes, tanto pelo apelo visual quanto por seu potencial didático. Para confirmar esta realidade, basta acessar o GeoGebraTube (<http://www.geogebraTube.org/>), repositório de materiais educacionais desenvolvidos com o *software*. Entretanto poucos são os que fazem uso do recurso de cores dinâmicas, que permite, por exemplo, que os elementos mudem de cor, de acordo com sua posição na tela. Com essa ferramenta e inspirada em uma brincadeira de infância – a de passar um giz de cera sobre uma moeda coberta por

uma folha de papel branca a fim de revelar qual era a face coberta – é que pensou-se em uma atividade que tivesse um aspecto especulativo e, de algum modo, lúdico.

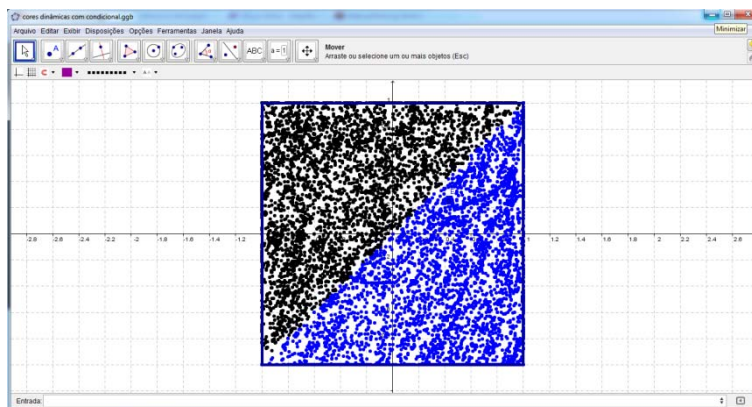
## OBJETIVOS

A presente proposta tem por objetivo, além de incrementar a abordagem no estudo de funções, avaliar a contribuição de arquivos desenvolvidos com geometria dinâmica (e princípios de cores dinâmicas) como recurso no processo de ensino e aprendizagem em matemática. Com uma alternativa didática que atenda às dificuldades apresentadas, pretende-se atrair o aluno pelo caráter investigativo e desafiador da proposta. A ideia é que as atividades desenvolvidas agucem um certo sentido de curiosidade dos alunos, fazendo com que eles sejam despertados para um processo de conjecturação, tão importante para a formação matemática, em diferentes níveis.

## METODOLOGIA

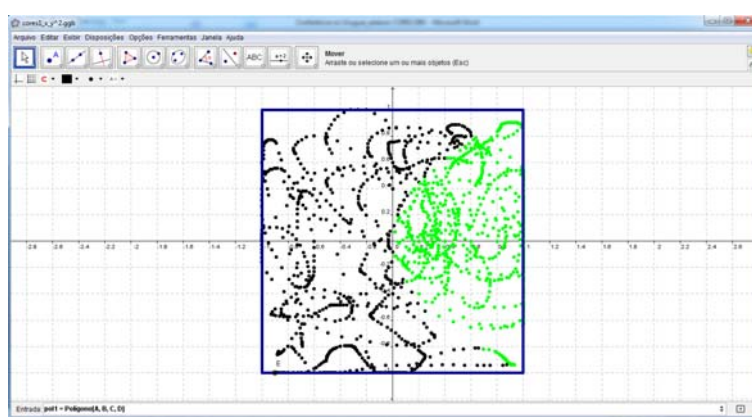
O uso de *softwares* para o ensino e aprendizagem de matemática, apesar de estar cada vez mais em voga, carece ainda de iniciativas inovadoras e que promovam estratégias que explorem os limites de seus recursos e potencialidades. De fato, encontrar uma dinâmica capaz de seduzir o aluno e que, além disso, tenha um potencial educativo matemático não é tarefa fácil. Martin Gardner, matemático americano que por muitos anos foi responsável por uma coluna de passatempos matemáticos na revista *Scientific American*, conclui que a melhor maneira de fazer com que a Matemática seja interessante para os alunos e leigos é abordá-la com jeito de jogo. E no que ele chama de “jogo”, encontram-se passatempos, quebra-cabeças, paradoxos, enigmas, desafios. (apud CURY, 2006)

A motivação para a metodologia proposta neste trabalho está justamente no caráter investigativo e exploratório dos arquivos e atividades a serem desenvolvidos pelo grupo de pesquisa e que ganham contornos de desafio. A fim de aprimorar a construção do conceito de interdependência das variáveis, o usuário deve tentar interpretar o resultado plotado pela “varredura” do ponto (E), a partir de sua coloração e vice-versa, ou seja, dada a instrução (relação algébrica) de coloração do ponto (E), tentar intuir o resultado projetado, como ilustram os exemplos abaixo.



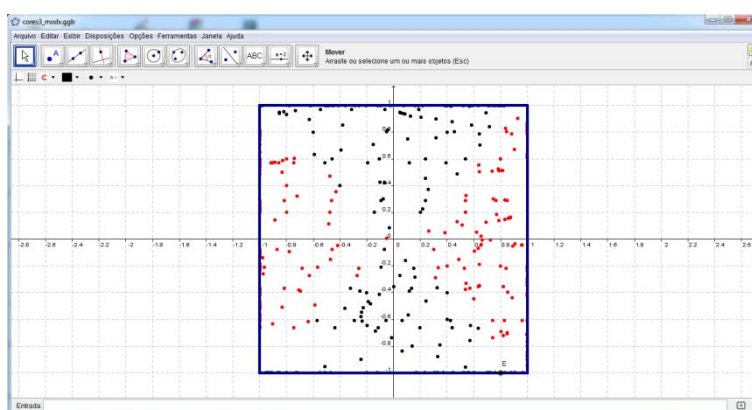
EXEMPLO 1: a relação  $y(E) < x(E)$ , em fase final de preenchimento

FONTE: acervo dos autores



EXEMPLO 2: a relação  $x(E) > y(E)^2$ , em fase intermediária de preenchimento

FONTE: acervo dos autores



EXEMPLO 3: a relação  $-|x(E)| < y(E) < |x(E)|$ , em fase inicial de preenchimento

FONTE: acervo dos autores

A propriedade de cores dinâmicas que possuem os objetos criados com GeoGebra permite visualizar facilmente lugares geométricos desconhecidos, desde que saibamos expressar a condição que devem cumprir os pontos do mesmo. Este modo de

utilização de cores dinâmicas permite que 'varrendo' a tela, o lugar geométrico vá sendo definido e se constitua num instrumento de conjecturação para os alunos à medida que dispõem de mais informações visuais. Este processo de conjecturação (ou lançamento de hipóteses), tão importante na formação matemática, muitas vezes acaba não sendo incentivado na prática usual de abordagem de funções.

Pretende-se e que as atividades desenvolvidas tenham um caráter atrativo por seu potencial em despertar a curiosidade dos alunos em suas composições e experimentações. Para Freire (1996), o exercício da curiosidade convoca a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar, de comparar, na busca da perfilização do objeto ou do achado de sua razão de ser.

Schoenfeld (1980, p. 795), ao descrever habilidades de resolução de problemas, fala em estratégia heurística, como “[...] uma sugestão ou técnica geral que auxilia os solucionadores de problemas a compreender ou resolver um problema”. No mesmo artigo, o autor aponta uma lista de heurísticas frequentemente usadas e as divide segundo a fase de resolução do problema: análise, exploração e verificação.

Para a análise, esse autor sugere, por exemplo: a) escolher valores especiais para exemplificar o problema e entender o que acontece; b) examinar casos-limite, para explorar o domínio de possibilidades. Para a exploração do problema, sugere: a) substituir condições por outras equivalentes; b) recombinar os elementos de maneiras diferentes; c) introduzir elementos auxiliares; d) reformular o problema, supondo que se obteve uma solução e determinando suas propriedades; e) construir um problema análogo com menos variáveis; f) tentar explorar problemas relacionados, que tenham formas, dados ou conclusões similares.

Schoenfeld (1980) propõe, ainda, algumas indagações que o solucionador deve se fazer para verificar a solução encontrada: a) todos os dados pertinentes foram usados? b) a solução está de acordo com estimativas razoáveis? c) a solução pode ser obtida de outra forma?

À luz deste paradigma proposto por Schoenfeld é que sustenta-se a metodologia a ser utilizada nesta pesquisa, no sentido de que o software de geometria dinâmica/recurso adotado dá 'poderes' ao usuário de, após análise inicial, fazer as explorações e experimentações necessárias, a fim de obter o resultado desejado, conduzindo assim, a uma etapa de verificação do problema lançado.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se que, com este trabalho, seja possível desenvolver uma proposta que, ao mesmo tempo que procura contribuir com o ensino e aprendizagem de funções (a partir de inequações), oportunize a professores e futuros professores um estreitamento com o uso da tecnologia em sala de aula. A contribuição, pretendida com uma metodologia diferenciada apoiada no recurso da geometria dinâmica, é no sentido, também, de encorajar professores a criarem propostas que explorem os diferentes recursos do *software*. A divulgação e validação desta proposta, depende ainda de experimentações e ensaios futuros (a proposta de trabalho teve início em setembro/12), que devem ocorrer através de oficinas pensadas tanto para a Educação Básica, quanto para a Educação Superior além da produção de materiais digitais e compartilhamento em ambientes virtuais públicos e facilmente acessíveis.

## REFERÊNCIAS

- CURY, H. N. ; SAMPAIO, M. L. F. B. . O desafio de substituir letras por números: que conteúdos e estratégias podem ser desenvolvidos?. *Bolema* (Rio Claro), Rio Claro, v. 19,26, n.26, p. 1-18, 2006.
- FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- FREITAS, M. A. de. *Equações do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio*. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.
- REZENDE, Wanderley Moura ; PESCO, D. U. ; BORTOLOSSI, H. J. . Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, v. 1, p. 74-89, 2012.
- SCHOENFELD, A. H. Teaching problem-solving skills. *American Mathematical Monthly*, Washington, v. 87, n. 10, p. 794-805, 1980.
- SILVA, M. *Sala de Aula Interativa*. Rio de Janeiro: Quarter, 2000.
- ZORZAN, A. S. L.; *Ensino-Aprendizagem: Algumas tendências na educação matemática*. In: GÜLLICH, R. I. C (Org.). *Educar pela pesquisa: Formação e processos de estudo e aprendizagem com pesquisa*, 2007