

## O SOFTWARE GEOGEBRA E AS POSSIBILIDADES DO TRABALHO COM ANIMAÇÃO

Sandra Malta Barbosa  
sbarbosa@uel.br

Universidade Estadual de Londrina, Brasil

Modalidad: Comunicación breve.

Nivel educativo: Terciario – Universitario

Palabras clave: resolução de problemas; geometria plana; investigação.

### Resumo

*Este artigo tem por objetivo apresentar resultados de uma pesquisa que tem por uma das metas investigar as possibilidades do trabalho com o recurso de animação do software Geogebra, na prática em sala de aula, e analisar a relação desses recursos, a partir de resolução de problemas e tarefas investigativas, e a produção do conhecimento matemático. A pesquisa, de cunho qualitativo, foi desenvolvida com professores da rede de Ensino, Fundamental e Médio, do Estado do Paraná, na região de Londrina. Os dados foram coletados a partir do desenvolvimento das atividades ocorrido em sala de aula e posteriormente essas atividades foram postadas na plataforma Moodle. A análise dos dados sugere que o recurso de animação de figuras geométricas pode levar os alunos/professores à manipulação de objetos matemáticos e a consequente reformulação de suas conjecturas acerca da construção e conceitualização dos elementos geométricos. A atividade envolveu conceitos de funções quadráticas, lineares e trigonométricas, além da manipulação de circunferências e polígonos.*

### Introdução

Este artigo objetiva apresentar possibilidades do trabalho com animação do *software* Geogebra e a relação desse recurso com a modificação da produção do conhecimento matemático, de professores de Ensino Básico, quando as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) são inseridas na resolução de problemas matemáticos.

Os resultados apresentados são relativos à investigação acerca da produção do conhecimento desenvolvido pelo coletivo formado por alunos/professores e pelas TIC ao explorar atividades relacionadas às funções quadráticas, lineares e trigonométricas, além da manipulação de circunferências e polígonos, a partir de uma imagem fixa, caracterizando-se em uma tarefa investigativa. A análise dos dados considera que o conhecimento matemático é um processo produzido a partir de um coletivo e coloca em destaque a animação, ou os recursos dinâmicos do *software* Geogebra, para abordar e explorar elementos matemáticos.

A metodologia adotada nesta investigação é a qualitativa (ALVES-MAZZOTTI, 1999; ARAÚJO; BORBA, 2004), pois se trata de um estudo em que o objeto está pautado na ação e no comportamento humano, isto é, a partir da perspectiva do indivíduo, sendo

esse o intérprete do mundo que o cerca. Os dados são descritivos, em forma de imagens, e não de números ou quantificáveis, pois existe uma preocupação maior pelo processo do que pelos resultados ou produtos, e essa característica é, particularmente, útil para a investigação educacional.

Assim, neste artigo, é apresentado o referencial teórico pertinente à visão de produção do conhecimento matemático como um processo coletivo, bem como os procedimentos metodológicos para a coleta de dados e a conclusão.

### **Referencial teórico e metodológico**

Entendendo que a pesquisa qualitativa alia a visão de conhecimento matemático do investigador aos procedimentos adotados na elaboração de atividades e na coleta dos dados, procura-se, no contexto deste artigo, uma possibilidade de trabalho com a animação na produção do conhecimento acerca de elementos matemáticos com a integração das TIC. Entende-se que a produção do conhecimento matemático, que é dinâmico e pautado no processo, pode ser modificada quando as TIC são inseridas no ambiente de ensino e aprendizagem de modo interativo. Assim, a visão de produção do conhecimento, neste artigo, é consistente com a noção de seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), a qual entende que os seres humanos produzem conhecimento junto com determinadas mídias.

Ao se constituir um ambiente com computador, existem várias maneiras de usá-lo na produção do conhecimento. Para Borba e Villarreal (2005), os computadores e humanos não são considerados separadamente, constituindo-se unidades disjuntas. Para os autores, os computadores não são apenas assistentes dos humanos ao se fazer Matemática, pois eles mudam a natureza do que é feito, sugerindo que diferentes coletivos de humanos com mídias produzem diferentes matemáticas. A Matemática produzida por humanos com papel e lápis é qualitativamente diferente da produzida por humanos com computadores, a partir de explorações dos recursos e experimentações. Borba e Villarreal (2005), ao proporem que a produção do conhecimento ocorre a partir da noção de coletivo pensante seres-humanos-com-mídia, fundamentam-se nas ideias de reorganização de Tikhomirov (1981) e na visão de coletivo pensante de Lévy (1993).

A teoria de reorganização proposta por Tikhomirov (1981) baseia-se na ideia de que a ferramenta não é simplesmente adicionada à atividade humana, mas transforma-a. O autor defende que os processos mentais, no ser humano, mudam quando os processos da atividade prática mudam. “Como resultado do uso do computador, a transformação da

atividade humana ocorre e novas formas de atividade emergem” (TIKHOMIROV, 1981, p.271). O autor argumenta que o computador proporciona novas possibilidades à atividade humana, como *feedbacks* e resultados intermediários que não podem ser observados externamente e, assim, o processo de produção do conhecimento é modificado. A estrutura da atividade intelectual humana é alterada pelo uso do computador, reorganizando os processos de criação, de busca, de armazenamento de informações e confirmação e refutação de conjecturas.

Para Lévy (1993), o conhecimento é produzido pela simulação e pela experimentação. A manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário de um programa uma espécie de intuição, e de imaginação, sobre as relações de causa e efeito presentes em um determinado modelo. O autor enfatiza que, à medida que a informatização avança, melhorando suas interfaces, novas habilidades aparecem e a cognição se transforma. Para o autor, nenhum tipo de conhecimento é independente do uso das tecnologias intelectuais (oralidade, escrita e informática) e apenas é possível pensar dentro de um coletivo, pois o pensamento já é a realização desse coletivo.

Corroborando com Borba e Villarreal (2005), Steinbring (2005) argumenta que a produção do conhecimento matemático ocorre, fundamentalmente, no contexto da construção social e no processo de interpretação individual. O conhecimento matemático não é previamente dado, mas construído por meio de atividades sociais e interpretações individuais. A prática do ensino e da aprendizagem matemática é caracterizada pela variedade de construções e de interpretações matemáticas. A natureza do conhecimento matemático é sempre olhada no contexto cultural, onde são desenvolvidos os sinais e os símbolos, tanto quanto sua interpretação.

Para Steinbring (2005), aprender Matemática requer olhar a Matemática como um processo ativo de construção, o qual, através da interpretação interativa dos conceitos e notações matemáticas, desenvolve um novo conhecimento. O autor entende que sinais matemáticos, símbolos, princípios e estruturas só podem ser significativamente interpretados em uma cultura emergente, que questiona a unidade da Matemática no processo de ensino e aprendizagem. “Se o conhecimento matemático (sinais, símbolos, princípios, estruturas, etc.) puder apenas ser interpretado significativamente a partir de um ambiente cultural específico, então não existe apenas uma simples, mas muitas diferentes formas de matemática” (STEINBRING, 2005, p.16). Essas muitas diferentes formas de matemática, à qual Steinbring (2005) se refere, com a interpretação interativa dos conceitos e das notações matemáticas, podem ser potencializadas por um ambiente

escolar em que alunos e professores utilizam as TIC.

Dessa forma, o processo de produção do conhecimento, especificamente do conhecimento matemático, modifica-se qualitativamente. A Matemática produzida pelos alunos e professores, quando utilizam papel e lápis, é diferente daquela produzida com a utilização das TIC, na qual a manipulação de elementos geométricos e a visualização têm seu destaque. A visualização, realçada pelas TIC, pode alcançar uma nova dimensão, onde a animação e a dinamicidade, proporcionadas pelos recursos computacionais, constituem um elemento primordial, quando as imagens são vistas de forma dinâmica e interpretadas pelos alunos e professores em outras formas de produzir o conhecimento.

### **Contexto do projeto**

A pesquisa foi desenvolvida com professores de Matemática das Escolas Públicas oriundos da região de Londrina, que participam do Grupo de Estudo e Trabalho das Olimpíadas de Matemática (GETOM). Esse grupo, idealizado em 2007, funciona voluntariamente desde agosto desse ano, objetivando atender a uma demanda contínua de professores interessados em discutir Matemática por meio da Resolução de Problemas e das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), utilizando o material teórico fornecido pela OBMEP. Os encontros presenciais são aos sábados e ocorrem uma vez por mês. Além dos encontros presenciais, o GETOM conta com apoio da plataforma Moodle, com fóruns para as discussões virtuais e postagem de atividades.

As discussões, tanto presencial quanto virtualmente, enriquecem as atividades desenvolvidas, pois como defendem Alro e Skovsmose (2006), a qualidade da comunicação na sala de aula influencia a qualidade da aprendizagem de Matemática, que pode ser expressa em termos de relações interpessoais, pois, muito mais do que uma simples transferência de informação, o ato de comunicação em si mesmo tem um papel de destaque no processo de aprendizagem. “Aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais” (ALRO; SKOVSMOSE, 2006, p.12). O diálogo, presente na sala de aula, não é uma forma de transmissão, mas um modo de interação, no qual a responsabilidade pelo processo de aprendizagem é de todos. O princípio fundamental é aprender a aprender.

No contexto do GETOM, são discutidas várias atividades com o intuito de aprendizagem dos recursos do *software* juntamente com os conceitos matemáticos envolvidos. Um das atividades proposta, a ser apresentada no contexto deste artigo,

tomava por base a reprodução, de forma dinâmica, da imagem da paisagem a seguir.

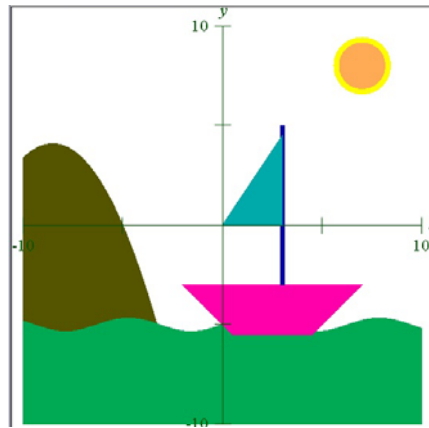


Figura 1 – Paisagem

Nessa imagem podem ser observados alguns elementos matemáticos “disfarçados”. A montanha, que é representada por uma parábola de concavidade para baixo, deu início a uma discussão sobre o estudo de funções quadráticas. Já o mar, representado por uma senoide, fomentou a discussão sobre funções trigonométricas, especificamente, seno e cosseno. O sol, representado por dois círculos, incentivou o estudo de equações de circunferência. O barco, representado por um trapézio e um triângulo retângulo, instigou o estudo de polígonos. Também podem ser observadas regiões pintadas, dando a ideia da desigualdade.

A reprodução dessa atividade foi desenvolvida com o *software* Geogebra e postada na plataforma Moodle. Durante o desenvolvimento dessa atividade, alguns parâmetros foram sugeridos para os coeficientes da função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

“O  $a$  tem que ser negativo!”

Mas apenas esse argumento não foi suficiente, pois a montanha ficou muito alta e pontuda.

“A montanha tem que ficar mais ‘gordinha’ e mais perto do eixo  $x$ .”

Como cada professor tinha “seu próprio desenho”, foi dada a liberdade para cada um desenvolvê-lo como bem quisesse. Desse modo, as discussões tiveram como mote a imagem, porém para finalizá-la, as discussões giraram em torno dos elementos matemáticos. Também foi explorada a criatividade de cada um em relação às cores escolhidas.

Após discutirem e acharem a melhor expressão algébrica para a “montanha” partiu-se para a discussão da função  $f(x) = a \cdot \text{sen}(bx + c) + d$ , onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  foram representados por controles deslizantes. Ao se variar esses coeficientes, é possível notar que o comportamento da função se modifica. Nesse caso, a variação do coeficiente  $d$ ,

faz com que “suba ou abaixe a maré”. Já a variação do coeficiente  $a$ , faz com que o “mar tenha ondas mais suaves ou mias fortes”, avariação do coeficiente  $b$ , faz “o mar ficar mais revoltado ou mais calmo” e a variação do coeficiente  $c$  é o que dá o movimento para “a praia”.

Além das funções, também existia o “sol” e o “barco” que poderiam ter um movimento crescente ou decrescente. As imagens a seguir, embora estáticas, mostram momentos distintos da movimentação do mar, do sol e do barco.

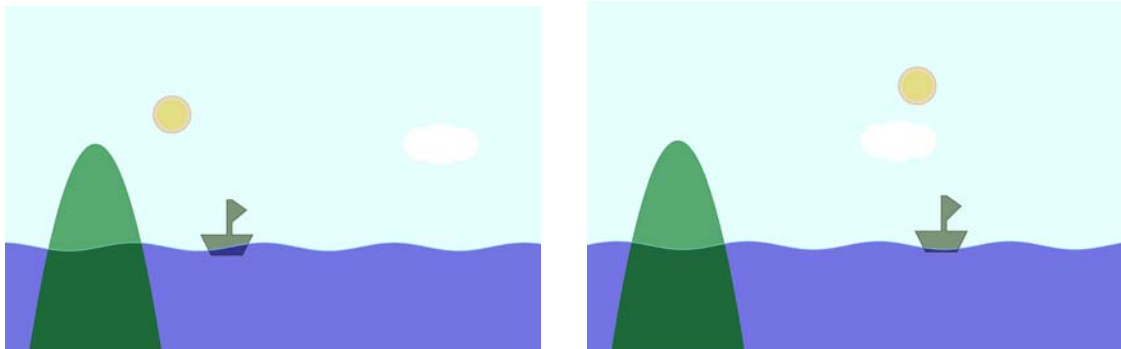


Figura 2: Paisagem em movimento.

Devido ao entusiasmo das discussões, surgiu a ideia de fazer o movimento do “sol e da lua”. Como fazer o movimento de tal forma que o sol e a lua não se encontrem? Uma resposta a essa pergunta levou à discussão sobre sentidos horário e anti-horário.

### **Análise e discussão dos resultados**

É possível notar que a reprodução da imagem demanda trabalhar com funções e geometria de forma dinâmica. Ao desenvolver essa atividade com o *software* Geogebra, os professores se depararam com alguns elementos geométricos oriundos da animação. A dinamicidade, presente no contexto do uso do *software* Geogebra, desencadeou interpretações e estabeleceu uma sinergia com as propriedades geométricas e as expressões algébricas.

Os dados mostraram que o recurso de animação do Geogebra teve um papel fundamental na verificação das conjecturas, pois a imagem pôde ser manipulada de forma dinâmica. Essa dinamicidade possibilitou aos professores a desconstrução de uma ideia de geometria vista como “desenho”, passando a ter relevância a geometria vista como um processo de construção a partir de dados de uma imagem estática. Pode-se notar que a observação e a análise da construção foram feitas junto com o computador, sugerindo que a simulação de “marés” e de “trajetória do sol” foi produzida por um coletivo seres-humanos-com-mídias, assim como sustentam Borba e Villarreal (2005). Conforme afirmam esses autores, não é o ser humano sozinho que pensa, o coletivo, formado por humanos e mídias, é que pensa. E nesse sentido todo o ambiente físico, as

pessoas, as TIC e o conteúdo interagem na produção do conhecimento.

Além disso, o projeto propiciou aos professores atividades de familiarização com os recursos do *software* e, aos poucos, o desenvolvimento de atividades mais complexas. Ao tentar desenvolver a atividade com o *software*, os professores discutiram os conceitos geométricos, pois para qualquer construção que não fosse adequada, o *software* propiciava um *feedback* muito rápido e o professor podia perceber que o que queria deveria modificar os coeficientes. Nesse processo, muitas vezes, existe uma mudança, qualitativamente diferente para cada mídia e, dependendo do *feedback*, novamente é repensado tudo, em um movimento. Essa mudança, como proposto por Tikhomirov (1981), é uma reorganização que transforma toda a atividade humana. As investigações geométricas, realizadas pelos professores para conseguir animar a imagem, expandiram suas percepções em vários aspectos, pois eles desenvolveram um movimento de busca pela resolução, precisando aprender a lidar com as ferramentas do *software*, rever e aprofundar conhecimentos geométricos, além de aprimorar sua forma de utilização do recurso de animação.

### **Considerações finais**

Com este artigo, pretendeu-se desenvolver algumas reflexões acerca da possibilidade da utilização das TIC e sobre como um *software*, como o Geogebra, pode estar associado a algumas resoluções de problemas em sala de aula de Matemática. Nesse caso, foram desenvolvidas algumas possibilidades de adequar o tipo de problema, que algumas vezes é resolvido essencialmente de forma algébrica, a uma resolução geométrica desenvolvida de forma lúdica com o computador. A imagem abordada era estática, mas tinha elementos que permitiam uma abstração matemática, e ao ser desenvolvida com o *software*, que envolvia animações aplicadas aos coeficientes, constituiu-se uma oportunidade para os professores produzirem um conhecimento matemático acerca de funções seno, cosseno e quadrática, além de elementos geométricos como circunferências e polígonos.

As atuais pesquisas recomendam um trabalho consciente com a utilização das TIC, seja com investigação ou resolução de problemas. Existe uma necessidade de renovar práticas e de propor atividades que estimulem os professores e, conseqüentemente, os alunos a pensar, analisar resultados, elaborar e apresentar conclusões bem fundamentadas. Desse modo, professores e alunos podem vivenciar experiências e processos de produção de conhecimento diferentes daqueles a que estão, normalmente,

acostumados.

É necessário escolher, ou elaborar, problemas adequados aos conteúdos para que seja possível aproveitar as possibilidades que o uso das TIC oferece. A inserção das TIC no ambiente de ensino e aprendizagem da Matemática dá um novo sentido à noção de investigação e resolução de problemas. As TIC podem proporcionar aos professores a resolução de problemas mais complexos, menos usuais, mais interessantes e ricos do ponto de vista da aprendizagem e também do ensino. É notório que não é apenas o ser humano que pensa, o coletivo, formado por humanos e mídias, é que pensa. E nesse sentido todo o ambiente físico, as pessoas, as TIC e o conteúdo interagem na produção do conhecimento geométrico. Nesse processo, muitas vezes, existe uma mudança qualitativamente diferente para cada mídia e, dependendo do *feedback*, o processo é novamente refeito, em um movimento constante.

## Referências

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. 2.ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 1999. Parte II, p. 107-188.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. Cap.1, p.25-45. 120 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 9).

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer, 2005. 232 p. (Mathematics Education Library, 39).

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Tradução de C. I. Costa. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993. 208 p. (Coleção Trans).

STEINBRING, H. *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction: an epistemological perspective*. Dordrecht: Springer, 2005. 236 p. (Mathematics Education Library, 38).

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V. (Ed.) *The concept of activity in soviet psychology*. New York: M. E. Sharpe, 1981. p.256-278.