LAS COMPUTADORAS EN EL AULA. UNA EXPERIENCIA DE CAPACITACIÓN

Lic. Claudia Comparatore, Lic. Liliana Kurzrok
claudiacompa@gmail.com, lkurzrok@gmail.com
Capacitación de la Provincia de Buenos Aires. Argentina

Modalidad: Comunicación
Nivel: capacitación para docentes del nivel medio
Palabras clave: educación y tic, matemática y tics

Resumen

La inclusión de las computadoras en el aula nos propone el desafío de analizar qué actividades colocan al alumno en situación de un aprendizaje que promueva la construcción de conocimientos, y no la mera repetición. Hay que tener en cuenta que las computadoras invitan a ver y afirmar pero, desde la perspectiva didáctica de los diseños curriculares vigentes, pensamos en actividades que promuevan analizar, conjeturar y demostrar.

Esta situación es más compleja que el uso en el aula de las calculadoras, ya que con más facilidad puede caerse en su uso mostrativo más que reflexivo o generador de conocimiento, y el peligro que solo se utilicen para reforzar una repetición de pasos que no comprometan intelectualmente al alumno y no le permitan resolver otras situaciones sin la guía del docente.

En este artículo mostraremos una aproximación a esta discusión a través de una capacitación a docentes que versó sobre el tratamiento didáctico de la modelización en matemática, teniendo en cuenta que es un problema que preocupa a los docentes, y en el que los métodos tradicionales de enseñanza han dado poca eficacia ya que hay alumnos que manejan bien la operatoria pero no pueden entender para qué utilizarla.

Introducción

En Argentina, en el año 2011, comenzó a llevarse a cabo el programa Conectar Igualdad, propiciado por el Gobierno Nacional. En este contexto, los alumnos de escuelas secundarias estatales recibieron una netbook para trabajar en el aula y en sus casas. Esto motivó a organizar capacitaciones para los docentes de diferentes áreas, orientadas a discutir las particularidades que adquiere la enseñanza utilizando como recursos los diferentes softwares incluidos en dichas netbooks.

Nos propusimos armar un curso para docentes de Matemática de Nivel Medio. El curso tenía un doble propósito: que los docentes se familiaricen con la herramienta y que le encuentren los sentidos didácticos de su utilización.

Nos parece de mucho valor que los docentes puedan utilizar las computadoras no solo como una simple herramienta de resolución de ecuaciones o cálculos sino que puedan trabajar desde el enfoque que se plantea en las diferentes jurisdicciones de Argentina: el trabajo matemático no es la reproducción de estrategias que el docente enseña, sino la construcción de estrategias propias que motivan la reflexión del trabajo propio y del ajeno, que promueve la justificación y la validación de sus procedimientos y que va haciendo que los alumnos adquieran conocimientos y habilidades a partir de sus resoluciones, que no son únicas ni copiadas, son colectivas.

Aquí es donde el desafío es mayor ya que, el uso de la computadora muchas veces se ve relegado a la reproducción de pasos, por ese motivo plantearemos, en el marco de una capacitación docente, actividades que les permitirán al docente, tanto apropiarse de la herramienta, como de utilizarla en forma constructiva.

La propuesta de secuencias didácticas a partir de elementos relativamente conocidos por los capacitandos tiene la intención de darles una posibilidad de incorporar ambas situaciones: la enseñanza de la matemática y el uso de una herramienta informática.

Artigue[1] sostiene que la falta de integración de tecnología informática, en las escuelas, tiene cuatro razones:

1. *la pobre legitimidad educativa de la tecnología informática en comparación con su alta legitimidad social y científica;*
2. *la subestimación de aspectos que se relacionan con la automatización de conocimiento matemático;*
3. *la oposición entre las dimensiones técnicas y conceptuales de la actividad matemática; y*
4. *la subestimación de la complejidad de los procesos de instrumentación.*

Al utilizar un software para generar conjeturas que se deben probar, se pone en juego una de las características del hacer matemática. Esto significa que el trabajo con el software tiene una intencionalidad, no es neutra su utilización (Chevallard; 1992).

La incorporación de las computadoras y los diferentes softwares, "*hace que la situación de enseñanza y aprendizaje sea mucho más compleja desde el punto de vista didáctico porque un sistema informático es, ante todo, la materialización de una tecnología simbólica*"[2] (Balacheff, 2000). Para que este recurso tenga el efecto deseado, es decir, que haya una retroalimentación y no se convierta en una cantidad de pasos a seguir para lograr el objetivo pedido, es necesaria una *orquestación didáctica*[3].

---

[1] Artigue, M. (2000) *Los aspectos de la instrumentación y de la integración de las tecnologías informáticas en la enseñanza de las matemáticas en el nivel secundario*.

[2] Balacheff, N. (2000), *Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas por edades.*

[3] *Una orquestación se define como una configuración didáctica y por los modos de explorar esas configuraciones.*

Nuestra idea fue entonces proponer el análisis didáctico de secuencias de actividades que permitan ir desarrollándose en idas y vueltas de la computadora al papel, sin pensar en momentos específicos para cada herramienta. Dependerá del alumno en qué momento él transforme la herramienta *"cuando tiene efectos de re-organización conceptual. Cuando la herramienta se torne instrumento estaremos ente los efectos estructurantes de la herramienta sobre la acción."*[4]

En las secuencias propusimos un espacio importante dedicado a la demostración de las conjeturas a las que se arriban por el uso de los programas. Esto significa que el entorno informático les dará a los alumnos un recurso para encontrar propiedades, que pueden validar con la misma herramienta pero que deberán demostrar por medio de argumentaciones que los coloca más allá de la visión perceptual del objeto matemático. *"Es esperable que el lugar de la demostración, en los primeros momentos, aparezca como una necesidad solo del docente. Habrá que trabajar en ese sentido para poder cambiar la idea de percepción con la de demostración.*

Obligar a los estudiantes a demostrar no sería más que una frágil superación de este obstáculo. Para tratar este problema a fondo, Chevallard y Tonel le (1982) sugieren ubicarse en el terreno mismo de la evidencia, partiendo de los argumentos del alumno; se trata de conducirlo a una situación paradójica en la cual él se verá obligado a ponerlos nuevamente en tela de juicio. No se trata de recurrir a la refutación, sino de hacer que se tome conciencia de que no siempre es posible atenerse a los argumentos de evidencia iniciales. En otras palabras, se trata de problematizar la evidencia."[5]

Desarrollo

Este curso fue pensado con la modalidad b- learning[6]. Esto se debe a que, la población a la que nos dirigíamos tenía poco acceso al mundo virtual. Eran, por lo general, docentes que no tenían contacto con las computadoras y se veían enfrentados a inmigrar a ese mundo dado que, al tener las computadoras disponibles, los alumnos y los directivos presionaban para su uso.

Las actividades propuestas tenían el fin de discutir junto con los capacitandos las estrategias que podían hacer los alumnos y las posibles intervenciones docentes. No estaban articuladas en una sola secuencia didáctica.

---

[4] Moreno Armella, L. (2001), *Instrumentos matemáticos computacionales*, en: Revista Eduteka - Agosto 2001

[5] Balacheff, N. (1999), ¿Es la argumentación un obstáculo? Invitación a un debate?, en: *La Página de la Prueba*, Mayo/Junio.

[6] Aprendizaje mezclado, en el que se combinan las propuestas presenciales con las virtuales.

Las actividades no presenciales se plantearon para que los capacitandos se familiaricen con herramientas de trabajo colaborativo como participación en foros de discusión, wikis, etc. Esto permitió en los encuentros presenciales, retomar los miedos y dificultades que fueron surgiendo a raíz de la obligatoriedad del uso de la herramienta.

Al planificar las actividades relacionadas con las tics tuvimos presente que muchos docentes tendrían contacto con las computadoras por primera vez en este taller, por dicho motivo ocupamos parte del tiempo en explorar sobre los distintos programas que están incluidos en ella. La idea fue que conozcan las herramientas que podrían utilizar.

Al planificar las actividades tuvimos en cuenta que muchos de los profesores que capacitamos siguen considerando que la matemática es solo saber hacer cuentas y ejercicios, sin reflexionar acerca de ellos. La carpetas de los alumnos se nota un fuerte trabajo en operatoria y reproducción de mecanismos. Es por esto que pensamos un primer momento del taller que permita reflexionar acerca de por qué y para qué enseñamos algunos temas clásicos a los alumnos.

Al preparar las actividades para los docentes pensamos que las propuestas que circulaban centraban su trabajo en Geometría, por tal motivo intentamos ver otras herramientas que proporciona GeoGebra y que permiten un trabajo parecido sobre conjeturas y demostraciones. Otro motivo de esta decisión es que muchos docentes de la escuela media no dan Geometría y construcciones por lo que pensábamos que esa temática podría hacer mermar la inscripción y perdernos la oportunidad de que los docentes se acerquen a analizar el recurso. Abordamos entonces las actividades agrupadas en 3 aspectos centrales.

<u>1. Uso de la planilla de cálculo</u>

Para comenzar propusimos una actividad que permitiría familiarizarse con la planilla de cálculo (puede usarse la de GeoGebra o cualquier otra) y las posibilidades didácticas que se plantean.

Resuelvan el problema que presentamos a continuación. Posteriormente: a. Describan cómo lo resolvieron, precisando qué nociones (definiciones, propiedades) y qué procedimientos pusieron en juego. b. El tipo de trabajo que desarrolló en la resolución, ¿es similar al que realizaría sin la computadora? c. ¿Qué conocimientos deben tener los alumnos para abordarlo? d. Si decidiera presentarlo en clase utilizando la computadora, ¿dónde plantearía las puestas en común? ¿Por qué?

Problema 1. Anoten cómo harían para escribir en la columna A de una planilla de cálculo los números del 1 al 100. Verifiquen si con lo que propusieron se pueden realizar la actividad. 2. Sirve la forma anterior para escribir en la columna A todos los números del 1 al 1.000. Si no es así o les resulta poco económico, busquen otra estrategia. 3. Anoten cómo pueden hacer para que, en la columna B aparezcan el doble de los números que en la columna A. 4. Cambien el número de la celda A1, ¿en la celda B1 sigue apareciendo el doble que en A1? Si no es así vuelvan a resolver el problema 3 para que esto suceda. 5. ¿Cómo harían para que en la columna C aparezca la suma de 3 números consecutivos comenzando en el de la columna A. Hagan lo que propusieron en la máquina. 6. Cambien el número de la celda A1, ¿en la celda C1 sigue apareciendo la suma de 3 números consecutivos comenzando en el de la columna A? Si no es así vuelvan a resolver el problema 5 para que esto suceda.

Esta fue una actividad que permitió visualizar los diferentes niveles de aproximación a la herramienta pero hasta los que más claro tenían el manejo pudieron analizar la potencialidad del armado de fórmulas para resolver todos los ítems y cómo algunas preguntas ponen a prueba esas fórmulas o las formas de completar.

Es decir, teniendo la oportunidad de que la computadora calcule lo que necesitamos, es la actividad propuesta la que permite que aparezcan las nociones didácticas y matemáticas y no, la herramienta en sí misma.

Siguiendo con la idea de la necesidad de analizar la noción de variable es que planteamos en el taller de capacitación docente la actividad que se incluye en el Anexo I.

El problema permite comparar las diferentes fórmulas, desde lo que indica la computadora (dan los mismos números) y analizar que no alcanzan muchos números para probar. La computadora puede servir para decidir que fórmulas no son equivalentes pero para afirmar que las fórmulas lo son, no alcanza. Es necesario demostrarlo a partir de las relaciones y propiedades que se verifican. Es aquí donde ponemos en juego la insuficiencia de la herramienta para la demostración. La planilla ayuda a descartar lo que no es correcto pero no justifica lo correcto.

2. Uso de la gráfica de funciones

Al indagar sobre las actividades que suponen los docentes del uso de la computadora en el aula nos encontramos con una mayoría que la imagina para graficar funciones, ver la ordenada al origen o raíces y verificar con sus cálculos o para hacer cuentas. Por este motivo, las actividades que propusieron se refirieron a analizar otros usos y ventajas que superan el cálculo o la verificación.

Posteriormente les dimos la actividad del Anexo II con el objetivo de analizar los aportes de la tecnología con el fin didáctico y determinar que los análisis que se propician y que van más allá de hacer gráficos a mano que llevan mucho tiempo, los alumnos se dispersan y en general los análisis son determinados por el docente y no observados por los alumnos

a. Lean la secuencia didáctica incluida en el Anexo II.

b. ¿Cuáles pueden ser los beneficios de utilizar un graficador en estos casos?

c. ¿Por qué considera que es una secuencia didáctica? Analicen la pregunta según la definición propuesta en el Anexo III.

d. ¿Cuál es el objetivo de la misma?

e. ¿Qué conocimientos previos deben tener los alumnos?

3. La geometría y el álgebra

Se presenta la siguiente actividad para plantear las posibilidades del trabajo, geométrico, algebraico y gráfico.

Actividad

Primera parte

Piensen cómo puede resolver el problema un grupo de alumnos que no conoce ecuaciones de segundo grado pero que ha estudiado producción de fórmulas y funciones.

¿Qué posibles soluciones pueden obtenerse usando la vista de hoja de cálculo del GeoGebra y la vista Geométrica? ¿Cuál de ellas es la "mejor" solución? ¿Por qué?

Construyan sobre el mismo dibujo las funciones que relacionan el área de las figuras con el lado $\overline{AM}$. ¿Qué conclusiones podría obtener?

¿Cómo organizarían la clase, qué discusiones promoverían y a qué conclusiones arribarían?

Problema[7]

Sea ABCD un cuadrado de 8 cm de lado y sea M un punto del lado $\overline{AB}$.

a. Dibujar un cuadrado que tenga a $\overline{AM}$ como lado y que quede adentro del cuadrado anterior.

b. Dibujar un triángulo isósceles con un lado a $\overline{MB}$ que tenga altura igual a $\overline{AM}$.

a. ¿Puede ser que el cuadrado y el triángulo tengan la misma área? ¿En qué casos?

b. ¿Cuánto mide la base del triángulo para que el área sea máxima?

c. ¿Es posible que el área del triángulo sea mayor que el área del cuadrado?

d. ¿Cómo varía el área del triangulo según varia $\overline{AM}$ y según varia $\overline{MB}$?

e. ¿Qué sucedería si el triángulo no fuera isósceles?

f. Analice los cambios que se introducen con la siguiente formulación:

Sea ABCD un cuadrado de 8 cm de lado y sea M un punto del lado $\overline{AB}$. Se construye un cuadrado y un triángulo rectángulo isósceles cuya hipotenusa es $\overline{MB}$.

a. ¿Es posible que el área del triángulo sea igual al área del cuadrado? ¿En qué casos?

b. ¿En qué casos la suma de las áreas es la máxima posible? ¿Y la mínima?

Se analizaron las resoluciones algebraicas y geométricas y en qué casos es posible una u otra y qué aporta la construcción geométrica en GeoGebra.

Es muy interesante resaltar que la manera de definir las variables de las funciones que permiten visualizar la solución en la pantalla. Esta construcción no es elemental y menos aún la definición de las funciones, sin embargo el trabajo en la capacitación permite la necesidad de explorar nuevos comandos y su aprovechamiento en la clase.

<u>Segunda parte</u>

Supongan ahora que presentan el problema en una clase en la que se trabajó con ecuaciones de segundo grado, y que en una primera instancia los alumnos lo resuelven con el graficador de Geogebra.

Teniendo en cuenta la caracterización de marcos propuesta por Douady que aparece en el Anexo IV, expliciten qué discusiones promoverían para vincular la resolución gráfica con una algebraica que apele a ecuaciones.

[7] Problema extraído de la revista Eduscol Mathematiques Fonctions. Julio 2011

Conclusiones

La incorporación de las computadoras en el aula produjo mucha incertidumbre en los docentes, que no están acostumbrados a manejarla y que no saben cuáles son los beneficios de su uso.

Los que realizaron este curso pudieron analizar los alcances y limitaciones del uso de los diferentes programas que traen las netbooks que recibieron y a la vez reflexionar sobre la necesidad de pensar en actividades que propongan un trabajo intelectual de los alumnos, que no se limite a ver sino que los ayude a trabajar matemáticamente, conjeturar y demostrar propiedades, sacar conclusiones e interactuar con el software anticipando, visualizando, reflexionando y argumentando sobre sus conjeturas.

La computadora por sí sola no produce en los alumnos el conocimiento matemático, es necesario plantearse estrategias y secuencia adecuadas para que esto ocurra.

Todavía tenemos un camino largo por recorrer en la capacitación docente pero pudimos transponer el primer escalón para lograr que las tecnologías aparezcan en el aula de manera constructiva y provocando un cambio en la percepción de la enseñanza de la matemática.

Bibliografía

- CHEVALLARD, Y. (1992), "Intégration et viabilité des objets informatiques", en: CORNU, BERNARD (comp.), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*, Nouvelle Encyclopédie Diderot, París.
- DUVAL, R. (1995), *Sémiosis et penseé humanie. Registres sémiotiques et apprendissages intellectuels*. Peter lang. Suisse
- RABARDEL, P. (1995), *Los hombres y las tecnologías. Perspectiva cognitiva de los instrumentos contemporáneos*, en: Biblioteca Virtual BV-EEE. Revista Eduteka, agosto.

Anexo I

Resuelvan el problema que se presenta a continuación. Posteriormente:

a. Describan cómo lo resolvieron, precisando qué nociones (definiciones, propiedades) y qué procedimientos pusieron en juego.

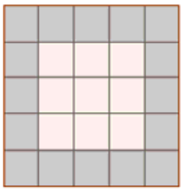
b. ¿Qué conocimientos deben tener los alumnos para abordarlo?

c. ¿Dónde plantearían las puestas en común? ¿Por qué?

d. Centren la atención en el item 4. ¿Qué aporta el uso de la computadora en este caso?

Problema[8]

Luis tiene que poner el piso en un patio cuadrado y decide armar un cuadrado con baldosas negras y blancas como el de la figura.



1. ¿Cuántas baldosas negras necesita si va a poner 5 baldosas en el largo del patio?

2. ¿Cuántas baldosas negras necesita si va a poner 27 baldosas en el largo del patio?

3. ¿Cuántas baldosas negras necesita si va a poner 100 baldosas en el largo del patio?

4. En el negocio tienen un programa que permite calcular la cantidad de baldosas negras necesarias conociendo la cantidad de baldosas por lado.

a. En la casilla A1 de la planilla de cálculo pongan el número 100 y en casilla B1 escriban la cantidad de baldosas que necesita Luis si pone 100 baldosas por lado.

b. Modifiquen el casillero A1 poniendo 27. En B1 aparece la cantidad necesaria de baldosas negras conociendo la cantidad de baldosas por lado. Si no es así vuelvan al punto a para que esto suceda.la idea de la necesidad de analizar la noción de variable es que planteamos en el taller de capacitación docente esta actividad.

Anexo V

Régine Douady[9] afirma:

"El juego de marcos traduce la intención de explotar el hecho de que la mayoría de los conceptos puede intervenir en distintos dominios, diversos marcos: físico, geométrico, numérico, gráfico u otros. En cada uno de ellos se traduce un concepto en términos de objetos y relaciones que podemos llamar los significados del concepto en el marco. Los significantes que tienen asociados pueden eventualmente simbolizar otros conceptos en

[8] Idea del problema extraído del Actualización de los programas de Nivel Medio. Programa de Primer año, Gobierno de la Cuidad de Buenos Aires. 2002.

[9] Régine Douady, "Dialéctica Instrumento-Objeto. Juego de Marcos"

el campo de los significados. Es el caso de representaciones gráficas de funciones y de representaciones en el plano de elementos materiales, algebraicos u otros, cuyas propiedades geométricas, topológicas o combinatorias podemos estudiar. Esto se obtiene de las correspondencias de significados de un mismo concepto en marcos diferentes, por un lado, y entre significados de conceptos diferentes representados en el mismo marco por los mismos significantes, por otro. Pero para los alumnos en tren de aprendizaje, los conceptos funcionan de manera parcial y diferente según los marcos. Por consiguiente, las correspondencias están incompletas".

Anexo III

Extraído de la revista: *Cómo elaborar secuencias didácticas en Lengua y Matemática* de la Serie Como enseñar, fascículo 10, Enero 2012.

Una secuencia didáctica es una serie de actividades que guardan relación unas con otras. Su fin es el de provocar la evolución del conocimiento que se pone en juego.
En una secuencia, cada problema permite poner en juego o cuestionar al anterior.
Es decir, en una secuencia didáctica cada problema que se pone puede tratar de reafirmar el anterior (proponiendo un análisis de lo hecho con actividades cognitivas similares) o intentar poner en discusión cierta forma de pensamiento....
Cuando se piensa en una secuencia no solo hay que tener en cuenta el tema, el año y el tipo de problemas sino que también hay que considerar los posibles errores que cometerán los alumnos, las intervenciones que el docente hará, en qué momentos organizará las puesta en común, con qué objetivo y la institucionalización prevista.. Es decir, es necesario anticipar lo que sucederá en el aula. Esto no significa que lo que se anticipó sea exactamente lo que ocurrirá pero le permitirá ingresar al aula con algunas previsiones que le permitirán, por lo tanto, realizar las modificaciones necesarias en función de lo que ha ocurrido

Anexo IV

Resuelvan el problema y luego respondan: ¿Qué aporta la computadora al trabajo en el aula de este problema?
Un laboratorio está estudiando la reacción de los animales a cierto medicamento. Introducen una cantidad de medicamente cada día y anotan los resultados obtenidos en una tabla.

Cantidad de días	1	2	3	4
Cantidad de medicamento	2	1	0,5	0,25

a. ¿Si se continúa de esta manera a qué modelo representan mejor los puntos?

b. 1. Copie la tabla en la planilla de cálculo de GeoGebra.

2. Armen una lista con los datos usando el botón derecho del mouse.

3. Grafiquen el ajuste lineal de la lista de puntos.

4. Grafiquen el ajuste exponencial de la lista de puntos.

5. ¿Qué ajuste relaciona mejor los datos?

6. ¿Cómo es posible anticipar la cantidad de medicamento que le darán a los animales al décimo día?

Anexo II

Extraído de Matemática ES3, Ed. Tinta Fresca, Altman, Arnejo, Comparatore, Kurzrok.

Utilicen GeoGebra para realizar las siguientes actividades.
Analicen en los problemas del 1 al 8 cómo propondría las demostraciones de

1.a. Grafiquen las funcines $y=x^4, y=x^6, y=x^8$.
b. ¿Tienen pares de puntos simétricos?
c. ¿Tienen vértice?

2.a. Grafiquen las funcines $y=x^4+1, y=-x^4$, $y=x^4-3, y=2x^4$
b. ¿Tienen pares de puntos simétricos?
c. ¿Es posible hallar el vértice de la misma forma que en la gráfica de la función cuadrática? Si la respuesta es afirmativa, indiquen cuál es el vértice de cada una. Si es negativa, expliquen por qué.

3.a. Grafiquen las funcines $y=x^5, y=x^7, y=x^9$.
b. ¿Tienen pares de puntos simétricos?
c. ¿Tienen vértice?

4.a. Comparen las funciones de los problema **2.** y **3.** Establezcan similitudes y diferencias.
b. ¿Es cierto que todas las funciones de la forma $y=x^n$ con n par tienen pares de puntos simétricos y un vértice y que todas las funciones de la forma $y=x^n$ con n impar no tienen ni puntos simétricos ni vértice?¿Cómo pueden estar seguros?

5.a. Grafiquen las funciones $y=x^{\frac{1}{2}}; y=x^{\frac{1}{4}}; y=x^{\frac{1}{6}}$.
b. Para cada una de ellas determinen el dominio, la imagen, las raíces, los intervalos de crecimiento, decrecimiento, positividad y negatividad.
c. ¿Tienen máximos o mínimos? Si responden afirmativamente, indiquen cuáles son; si no, expliquen cómo se dan cuenta.
d. ¿Qué deberían realizar para graficar estas funciones conociendo los gráficos anteriores?

$$y=x^{\frac{1}{2}}-1; y=x^{\frac{1}{4}}+3; y=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{6}}$$

e. Verifiquen las conclusiones con el programa.

6.a. Grafiquen las funciones $y=x^{\frac{1}{3}}; y=x^{\frac{1}{5}}; y=x^{\frac{1}{7}}$.
b. Determinen el dominio, la imagen, las raíces, los intervalos de crecimiento, decrecimiento, positividad y negatividad para cada una de ellas.
c. ¿Tienen máximos o mínimos? Si responden que sí, indiquen cuáles son. Si responden que no, expliquen cómo se dan cuenta.
d. ¿Qué deberían realizar para graficar estas funciones conociendo los gráficos anteriores?

$$y=x^{\frac{1}{3}}+5; y=x^{\frac{1}{5}}-9; y=-x^{\frac{1}{7}}$$

e. Verifiquen las conclusiones con el programa.
f. Comparen estas funciones con las del problema anterior. Establezcan similitudes y diferencias.

7.a. Grafiquen las funciones $y=x^{\frac{2}{3}}; y=x^{\frac{4}{3}}; y=x^{\frac{2}{5}}$.
b. Determinen el dominio, la imagen, las raíces, intervalos de crecimiento, decrecimiento, positividad y negatividad para cada una de ellas.
c. ¿Tienen máximos o mínimos? Si responden que sí, indiquen cuáles son. Si responden que no, expliquen cómo se dan cuenta.
d. ¿Qué deben realizar para graficar estas funciones conociendo las gráficas anteriores?

$$y=x^{\frac{2}{3}}-8; y=x^{\frac{4}{3}}+2; y=-\frac{2}{3}x^{\frac{2}{5}}$$

e. Verifiquen las conclusiones con el programa.

8.a. Grafiquen las funciones $y=\frac{1}{x-3}; y=\frac{1}{x+4}$.
b. Determinen el dominio, la imagen, las raíces, intervalos de crecimiento, decrecimiento, positividad y negatividad para cada una de ellas.
c. ¿Tiene máximos o mínimos? Si responden que sí, indiquen cuáles son. Si responden que no, expliquen cómo se dan cuenta.

9. Usen el comando *Fijar dominio* que está en *Herramientas* para graficar estas funciones.

a. $y=\begin{cases} 3x^2+1 & \text{si } x\geq 1 \\ 2x-3 & \text{si } x<1 \end{cases}$ **b.** $y=\begin{cases} -3x+2 & \text{si } x<1 \\ 12 & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$