

## ESTUDO DO PÊNULO SIMPLES COM AUXÍLIO DO SOFTWARE GEOGEBRA NA ABORDAGEM DOS ESTILOS DE APRENDIZAGEM

Rosana Cavalcanti Maia Santos - Aguinaldo Robinson de Souza  
prof.rosanamaia@gmail.com - arobinso@fc.unesp.br

Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências / FC / Unesp / Bauru, Brasil

Modalidade: C

Nível Educativo: Terciário

Palavras-Chave: *Software* GeoGebra, pêndulo simples, Teoria dos Estilos de Aprendizagem, guia didático.

### Resumo

*O Geogebra é um software de matemática dinâmica que oferece potencialidades para o estudo do pêndulo simples na graduação. Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo explorar algumas ferramentas desse software que possam ser utilizadas como recursos didáticos para o estudo do pêndulo simples, bem como elaborar um guia didático com atividades baseadas nessas ferramentas. Os recursos do GeoGebra utilizados foram: construção de gráficos, controle deslizante, reta tangente e mover janela de visualização. As atividades construídas no GeoGebra permitiram o estudo do pêndulo simples nas seguintes perspectivas: modelagem, análise e comparação da equação do seu movimento, variação de parâmetros físicos (comprimento, aceleração da gravidade etc.) e verificação e discussão de fenômenos físicos do movimento do pêndulo de difícil visualização em atividades experimentais no laboratório. Essas atividades foram fundamentadas pela Teoria dos Estilos de Aprendizagem, a qual oferece subsídios para a individualização do ensino, favorecendo, assim, todos os Estilos de Aprendizagem dos estudantes: Ativo, Reflexivo, Teórico e Pragmático. Assim, as características do software GeoGebra e do guia didático elaborado proporcionaram um estudo contextualizado e reflexivo do pêndulo simples, constituindo-se uma nova e importante metodologia para o ensino do pêndulo nos cursos de graduação.*

### O Pêndulo Simples

Dentre os diversos tipos de pêndulo, o pêndulo simples é um dos experimentos mais conhecidos e didáticos desenvolvidos nos cursos elementares de física (ARNOLD et al, 2011). O pêndulo simples consiste numa massa  $m$  suspensa por um fio ou uma haste de comprimento  $l$  e massa desprezível. No movimento do pêndulo simples a massa  $m$  move-se sobre um círculo de raio  $l$ , sob ação do peso  $m\vec{g}$  e da tensão  $\vec{T}$  (NUSSENZVEIG, 1981), onde  $s$  é o comprimento do arco e  $\theta$  é o ângulo de desvio (amplitude) em relação a vertical (figura 1).

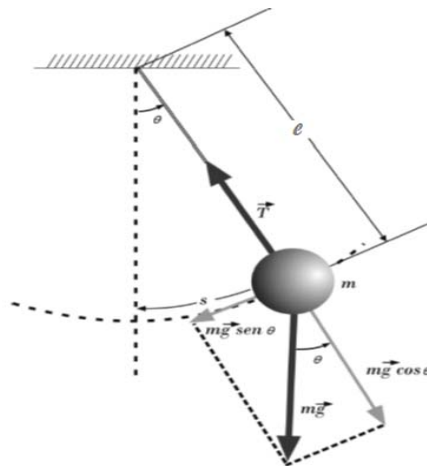


Figura 1: Grandezas atuantes no movimento de um pêndulo simples

Para pequenas amplitudes ( $\theta$ ), o movimento do pêndulo simples é um movimento harmônico simples (MHS), e é descrito pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{g}{l} \cdot \theta + \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0 \quad (1)$$

Cuja solução é:

$$\theta = \theta_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

Onde:

$\theta$  = amplitude do movimento no instante  $t$

$\theta_0$  = amplitude inicial do movimento (amplitude máxima)

$\omega$  = frequência angular do movimento,  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

$\varphi$  = constante de fase do movimento – condição inicial do movimento

$t$  = instante do movimento oscilatório

Utilizando a expressão matemática para o cálculo da frequência angular e do período de um movimento harmônico simples (MHS), podemos determinar o período de oscilação do pêndulo:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3)$$

### Guia didático para o estudo do pêndulo simples: uma proposta de utilização

O Guia Didático para o estudo do pêndulo simples é constituído por quatro atividades, construídas no GeoGebra, com a finalidade de corroborar com as atividades

expositivas, teóricas e experimentais acerca do pêndulo simples. Tais atividades permitem o estudo do movimento do pêndulo a partir de modelagem, análise e comparação da equação do seu movimento, variação de parâmetros físicos e verificação e discussão de fenômenos físicos do movimento do pêndulo de difícil visualização em atividades experimentais no laboratório.

**Atividade 1: Sendo a amplitude inicial ( $\theta_0$ ) do pêndulo simples constante, como se comporta o seu movimento quando o comprimento ( $l$ ) é variável ?**

Para esta atividade foram utilizados os seguintes dados numéricos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = 10^\circ = 0,1745 \text{ radianos} \\ \varphi = 0 \text{ (condição inicial)} \\ l_1 = 0,5 \text{ m}, l_2 = 1 \text{ m}, l_3 = 1,5 \text{ m} \end{array} \right.$$

Esta atividade tem como objetivo a análise gráfica da equação do movimento do pêndulo variando, de maneira discreta, o comprimento do mesmo. Assim, para a construção desta atividade no *software* GeoGebra utilizou-se a possibilidade de traçar gráficos a partir de uma equação. Para tal, inseriu-se a equação do movimento do pêndulo (equação 2) na caixa de “Entrada” do GeoGebra, gerando-se o gráfico correspondente (figura 2).

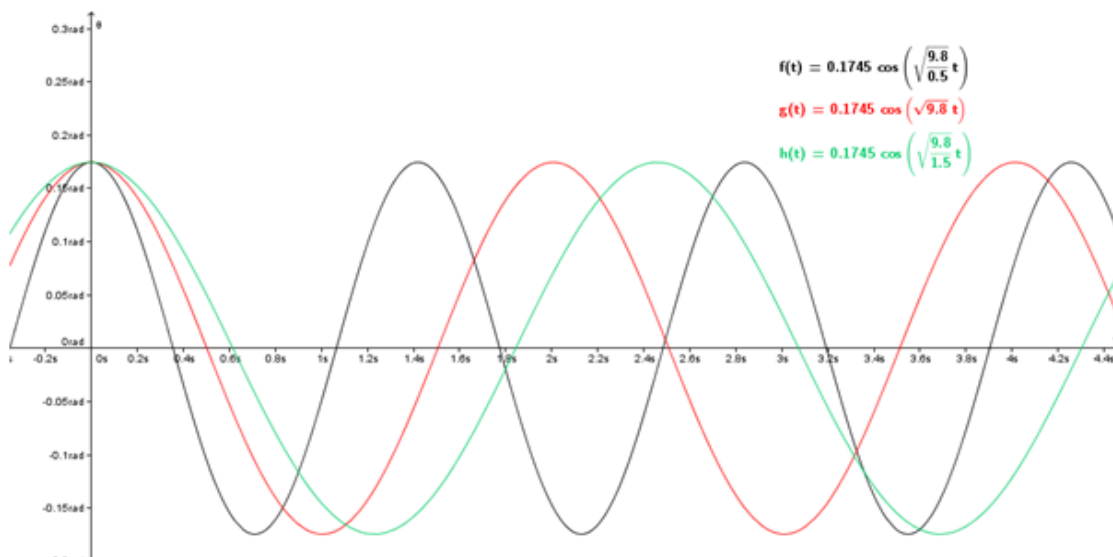


Figura 2: Comportamento do movimento do pêndulo,  $\theta$  versus  $t$ , quando a amplitude é mantida constante e o comprimento da haste ou fio é variado.

As funções  $f(t)$ ,  $g(t)$  e  $h(t)$ , da figura 2, são as equações do movimento do pêndulo em diferentes condições iniciais para os valores do comprimento do fio ( $l$ ). Como esperado, devido à equação 2, o comportamento do gráfico  $\theta$  versus  $t$  é oscilatório.

A partir dessa análise gráfica, verifica-se que quando a amplitude de oscilação do pêndulo é mantida constante, o aumento do comprimento do seu fio ocasiona um aumento no seu período (eixo horizontal – medindo tempo). Por outro lado, nas atividades expositivas e/ou experimentais, esse resultado geralmente é obtido por meio da equação do período do pêndulo (equação 3). Assim, o professor poderá inserir esta atividade no contexto de sua prática docente a fim de incentivar a verificação de um mesmo fenômeno físico por meio de procedimentos metodológicos distintos.

Outra análise que pode ser feita com auxílio desta atividade é sobre a existência de um padrão entre o movimento desses pêndulos. Ou seja, *Haveria um padrão entre o movimento de pêndulos com comprimento do fio ou haste diferentes?*

Pode-se analisar o questionamento acima utilizando a característica do GeoGebra de “mover os objetos na tela” e a ferramenta “zoom”. Assim, foi possível mover os gráficos do movimento dos pêndulos no eixo horizontal (tempo). Verifica-se que em  $t = 0s$  (tempo inicial do movimento) para os três pêndulos em questão o deslocamento em relação à vertical (amplitude) é a mesma para todos os pêndulos ( $\theta = 0,175 \text{ rad.}$ ). A fim de encontrar um padrão entre o movimento dos pêndulos, deslocou-se o gráfico até  $t = 1500s$  e não foi encontrado nenhum instante de tempo para o qual os três pêndulos estivessem concomitantemente em  $\theta = 0,175 \text{ rad.}$  Portanto, é possível afirmar que não há um padrão entre o movimento desses pêndulos.

Os recursos do *software* GeoGebra permitiram essa análise, uma vez que foi possível observar o comportamento gráfico do movimento dos pêndulos para um instante de tempo relativamente grande (25 minutos), fato que, a partir de aparatos experimentais simplórios, é dificultado devido as influências da resistência do ar.

**Atividade 2: Se o comprimento do pêndulo  $l$  for mantido constante ( $l = \text{constante}$ ), como se comporta o movimento do pêndulo para  $\theta_1 > \theta_2$  ?**

Para esta atividade foram utilizados os seguintes dados numéricos:

$$\left\{ \begin{array}{l} l = 1,0 \text{ m} \\ \varphi = 0 \text{ (condição inicial)} \\ \theta_1 = 10^\circ \cong 0,1745 \text{ rad}; \theta_2 = 7^\circ \cong 0,1222 \text{ rad}; \theta_3 = 4^\circ \cong 0,0698 \text{ rad} \end{array} \right.$$

Após a inserção da equação do movimento do pêndulo (equação 2) na caixa de Entrada do GeoGebra obteve-se o seguinte comportamento gráfico (figura 3).

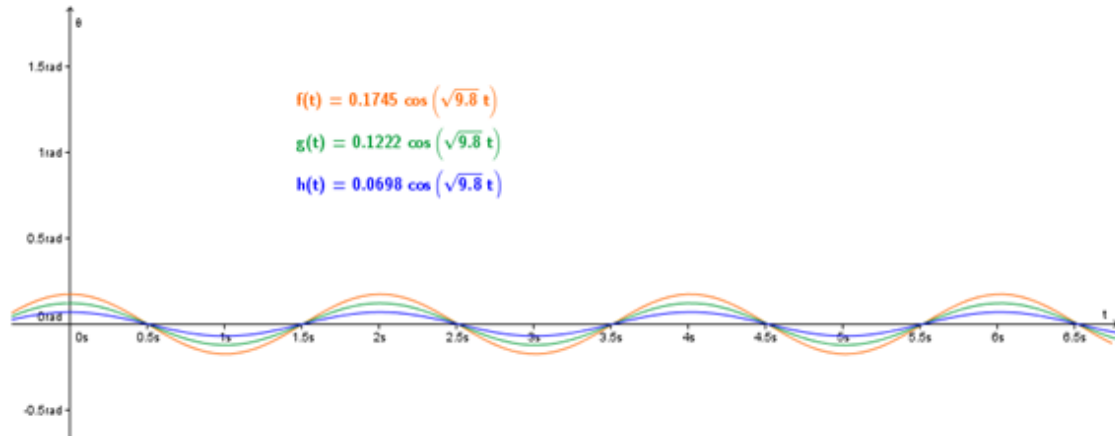


Figura 3: Comportamento do movimento do pêndulo,  $\theta$  versus  $t$ , quando o comprimento da haste ou fio é mantido constante e sua amplitude é variada.

Nesta atividade, as funções  $f(t)$ ,  $g(t)$  e  $h(t)$  da figura 3 são as equações do movimento do pêndulo para diferentes valores da amplitude inicial ( $\theta_0$ ). Como esperado (equação 2) este movimento é oscilatório.

Observa-se que o período do pêndulo (eixo horizontal – medida do tempo) é o mesmo para todas as funções (figura 3). Ou seja, para pequenas oscilações, a variação da amplitude não interfere no período de oscilação do pêndulo, quando o comprimento da haste ou do fio é mantido constante. Assim, a partir desta atividade é possível analisar uma maneira indireta de se chegar a esse resultado, que geralmente é obtido pela equação do período do pêndulo (equação 3). O docente pode, portanto, inserir esta atividade no contexto das atividades teóricas e ou experimentais acerca do pêndulo.

Extrapolando-se nas análises gráficas da equação do movimento do pêndulo, pode-se refletir sobre o significado físico dos picos destes gráficos. O pico no gráfico da equação do movimento do pêndulo representa o instante de tempo em que o pêndulo atinge sua amplitude máxima ( $\theta_0$ ), permanece em um repouso momentâneo, inverte o sentido da oscilação e retoma o seu movimento. Observa-se (figura 4) que o aumento da amplitude proporciona um gráfico com um pico mais acentuado. Esse fato mostra que os estados possíveis em torno do ponto de equilíbrio diminuem com o aumento da amplitude máxima do movimento do pêndulo. Ou seja, para grandes amplitudes, o pêndulo permanece um intervalo de tempo menor em torno do ponto de equilíbrio, em relação a um pêndulo com as mesmas características, porém com uma amplitude máxima ( $\theta_0$ ) menor.

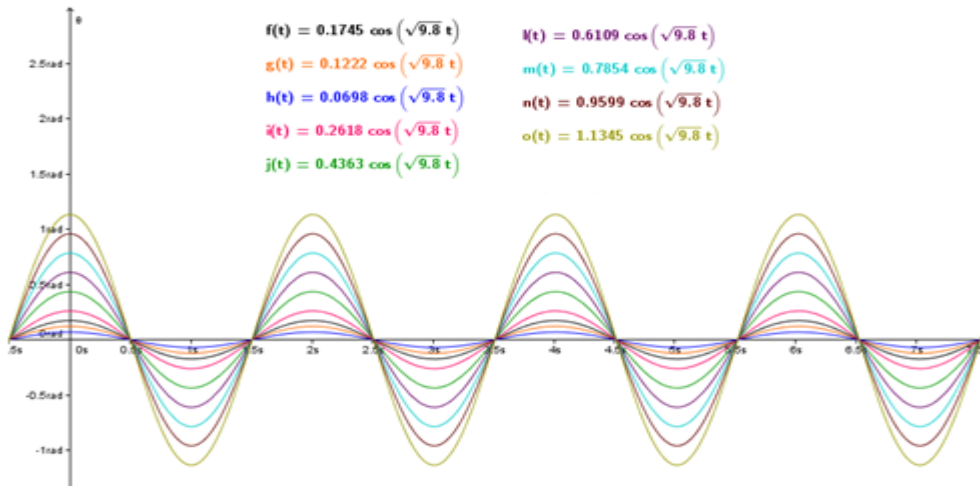


Figura 4: Comportamento do movimento do pêndulo,  $\theta$  versus  $t$ , quando o comprimento da haste ou fio é mantido constante e sua amplitude é variada de  $0,0698 \text{ rad}$  até  $1,1345 \text{ rad}$ .

### Atividade 3: Comportamento do período de um pêndulo com a variação da aceleração da gravidade (g)

Nesta atividade utilizou-se a ferramenta “Controle Deslizante” do GeoGebra para definir a aceleração para gravidade (g) como um parâmetro variável, a fim de analisar o comportamento gráfico da equação do período do pêndulo (equação 3). Dessa maneira, esta atividade pode ser inserida no contexto pedagógico posteriormente à explicação teórica acerca do período do pêndulo, sendo possível realizar investigações sobre o comportamento gráfico dessa equação (figura 5) a partir da alteração dinâmica da aceleração da gravidade.

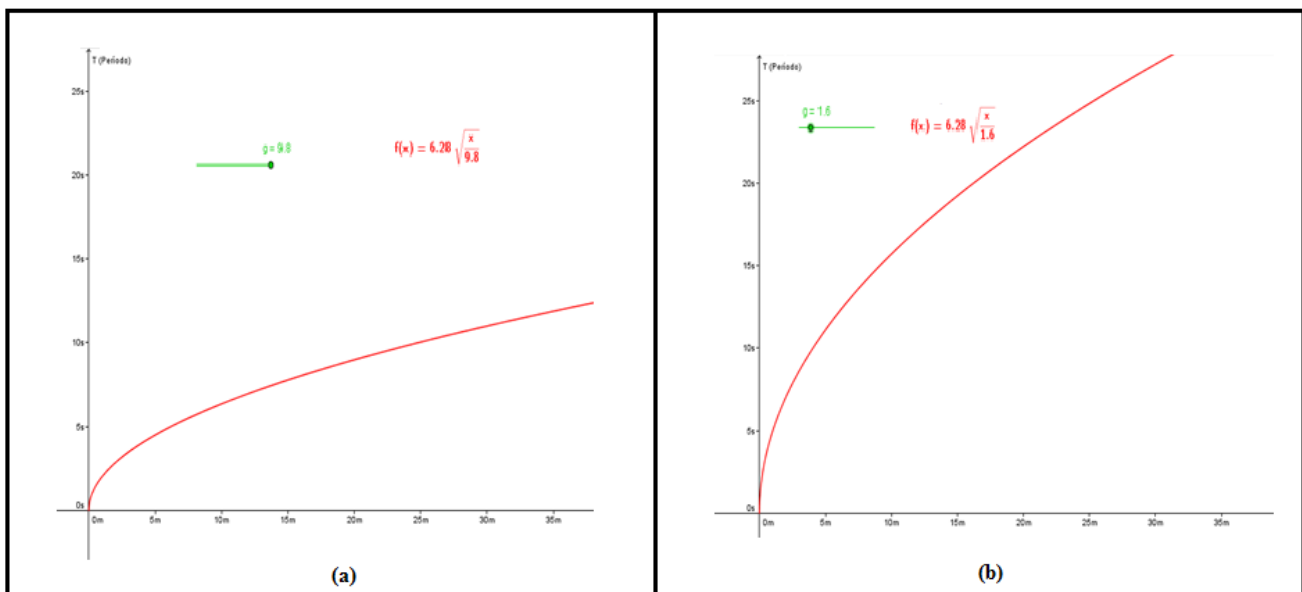


Figura 5: Comportamento gráfico da equação do período do pêndulo para (a)  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  e (b)  $g = 1,6 \text{ m/s}^2$ .

Por meio da análise gráfica (figura 5) é possível verificar que a diminuição da aceleração da gravidade ocasiona um aumento do período do pêndulo.

**Atividade 4: Comportamento da equação do movimento do pêndulo utilizando como parâmetros o comprimento do fio ou da haste do pêndulo ( $l$ ) e o valor da amplitude inicial ( $\theta_0$ ).**

Nesta atividade também foi utilizada a ferramenta “Controle Deslizante” do *software* GeoGebra para definir como parâmetro o comprimento do pêndulo ( $l$ ) e a sua amplitude inicial ( $\theta_0$ ). Esta atividade favorece a elaboração e teste de hipóteses de maneira dinâmica, podendo ser utilizada no contexto das aulas expositivas e na resolução de exercícios, a fim de verificar e comparar os resultados matemáticos com o comportamento gráfico da equação do movimento do pêndulo (figura 6).

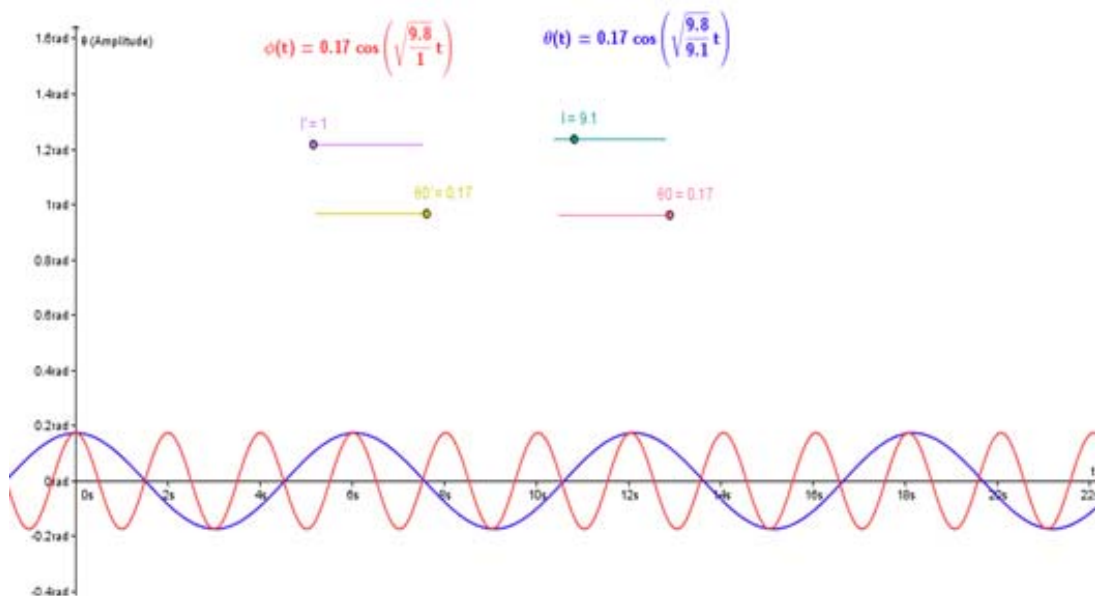


Figura 6: Comportamento gráfico da equação do movimento do pêndulo para os parâmetros:  $l = 1\text{m}$ ,  $\theta_0 = 0,17\text{ rad}$  e  $l = 9,1\text{ m}$ ,  $\theta_0 = 0,17\text{ rad}$ .

### A Teoria dos Estilos de Aprendizagem e o Guia Didático para o estudo do Pêndulo Simples

A Teoria dos Estilos de Aprendizagem foi proposta por Alonso, Gallego e Honney (1994). Tal teoria tem como foco as características individuais de como as pessoas aprendem, ou seja, os Estilos de Aprendizagem:

Os Estilos de Aprendizagem são características cognitivas, afetivas e fisiológicas, que servem como indicadores relativamente estáveis de como os estudantes percebem, interagem e respondem no ambiente de aprendizagem (KEEFE, 1988 apud ALONSO; GALLEGO e HONEY, 1994, p.48 – tradução minha).

Assim, os autores definiram quatro estilos de aprendizagem: ativo, reflexivo, pragmático e teórico (Quadro I). De acordo com esses indicativos pessoais são propostas uma série de características metodológicas para as atividades a serem realizadas no ambiente educacional, a fim de favorecer a aprendizagem de todos os Estilos de Aprendizagem. Nesse contexto, o Guia Didático foi elaborado para que algumas de tais características metodológicas estivessem presentes em suas atividades, como discutido no Anexo deste trabalho.

Quadro I: Principais características dos Estilos de Aprendizagem

| <b>Estilo de Aprendizagem</b> | <b>Principais características</b>   |
|-------------------------------|---|
| Ativo                         | Animador, improvisador, descobridor, espontâneo, incentivador, inovador, ágil, líder. Valorizam os desafios e dados de uma experiência. |
| Reflexivo                     | Ponderado, analítico, observador, lento, detalhista, investigador. Valorizam a observação de hipóteses em diferentes perspectivas.      |
| Teórico                       | Metódico, lógico, objetivo, crítico, disciplinado, estruturado. Valorizam a formulação de hipóteses lógicas e complexas.                |
| Pragmático                    | Experimentador, prático, realista, direto, eficaz, rápido, técnico. Valorizam por em práticas suas ideias e aprendizados.               |

### **Considerações finais**

O trabalho apresentado é parte inicial de uma pesquisa, em desenvolvimento, de mestrado. Buscou-se discutir e exemplificar o uso do *software* GeoGebra como uma ferramenta tecnológica com potencialidades para o ensino do pêndulo simples, na perspectiva da teoria dos Estilos de Aprendizagem.

### **Referência**

- Alonso, C. M.; Gallego, D. J.; Honey, P. (1994). *Los Estilos de Aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y Mejora*. Bilbao: Ediciones Mensajero.
- Arnold, F. J et al. (2011). Estudo do amortecimento do pêndulo simples: Uma proposta para aplicação em laboratório de ensino. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 33(4), 4311-1 – 4311-7.
- Barros, Daniela. M. V. (2009). Estilos de uso do espaço virtual: Como se aprende e ensina no virtual?. *Inter-Ação: Rev. Fac. Educ.* 34 (1), 51-74.
- Nussenzveig, H. M. (1981). *Curso de Física Básica: fluidos, oscilações, ondas e calor*. São Paulo: Edgard Blücher.

## Anexo

Para favorecer a aprendizagem de cada Estilo de Aprendizagem, Alonso, Gallego e Honney (1994) sugerem algumas características metodológicas a serem desenvolvidas nas atividades didáticas (Quadro II).

Quadro II: Sugestões metodológicas a serem desenvolvidas na atividades didáticas para favorecer a aprendizagem de cada Estilo de Aprendizagem

| <b>Estilo de Aprendizagem</b> | <b>Sugestões de características metodológicas a serem desenvolvidas nas atividades didáticas</b>   |
|-------------------------------|--|
| Ativo                         | Explorar novas abordagens e experiências, gerar idéias sem limitações formais, mudar e variar as abordagens, abordar tarefas múltiplas, fazer apresentações, intervir ativamente, arriscar, desafios diante de situações adversas, explorar novos conceitos, realizar atividades diversificadas, participar ativamente.                |
| Reflexivo                     | Observar e refletir sobre as atividades, chegar à decisões em seu próprio ritmo, revisar o aprendizado, investigar cuidadosamente, reunir informações, pensar antes de agir, fazer análises detalhadas, ter possibilidade de ler ou preparar algo que gere dados, ter tempo suficiente para preparar, assimilar e fazer considerações. |
| Teórico                       | Atividades estruturadas e com finalidade clara, inscrever dados em um modelo ou teoria, ter tempo para explorar metodicamente as associações e relações entre as idéias, acontecimentos e situações, ter possibilidade de questionar, participar de atividades complexas, analisar situações globais.                                  |
| Pragmático                    | Possibilitar a aplicação imediata (experimentação) do que foi apreendido, observar uma relação evidente entre o conteúdo estudado e um problema, vivenciar simulações e problemas reais, receber indicações técnicas e práticas, possibilitar indicações e atalhos.  |

Para proporcionar o desenvolvimento dessas características metodológicas nas atividades didáticas, Barros (2009) discute que é essencial a presença de recursos tecnológicos no contexto educacional, uma vez que, tais recursos permitem atender à diversidade de aprendizagem e às necessidades que a sociedade atual exige, enquanto

competências e habilidades do indivíduo. Assim, neste trabalho, recorreu-se as potencialidades do *software* GeoGebra para construir o guia didático para o ensino do pêndulo simples, bem como elaborar atividades que apresentassem as características metodológicas sugeridas pelos pesquisadores, favorecendo a aprendizagem de cada Estilo de Aprendizagem (figuras 7 e 8).

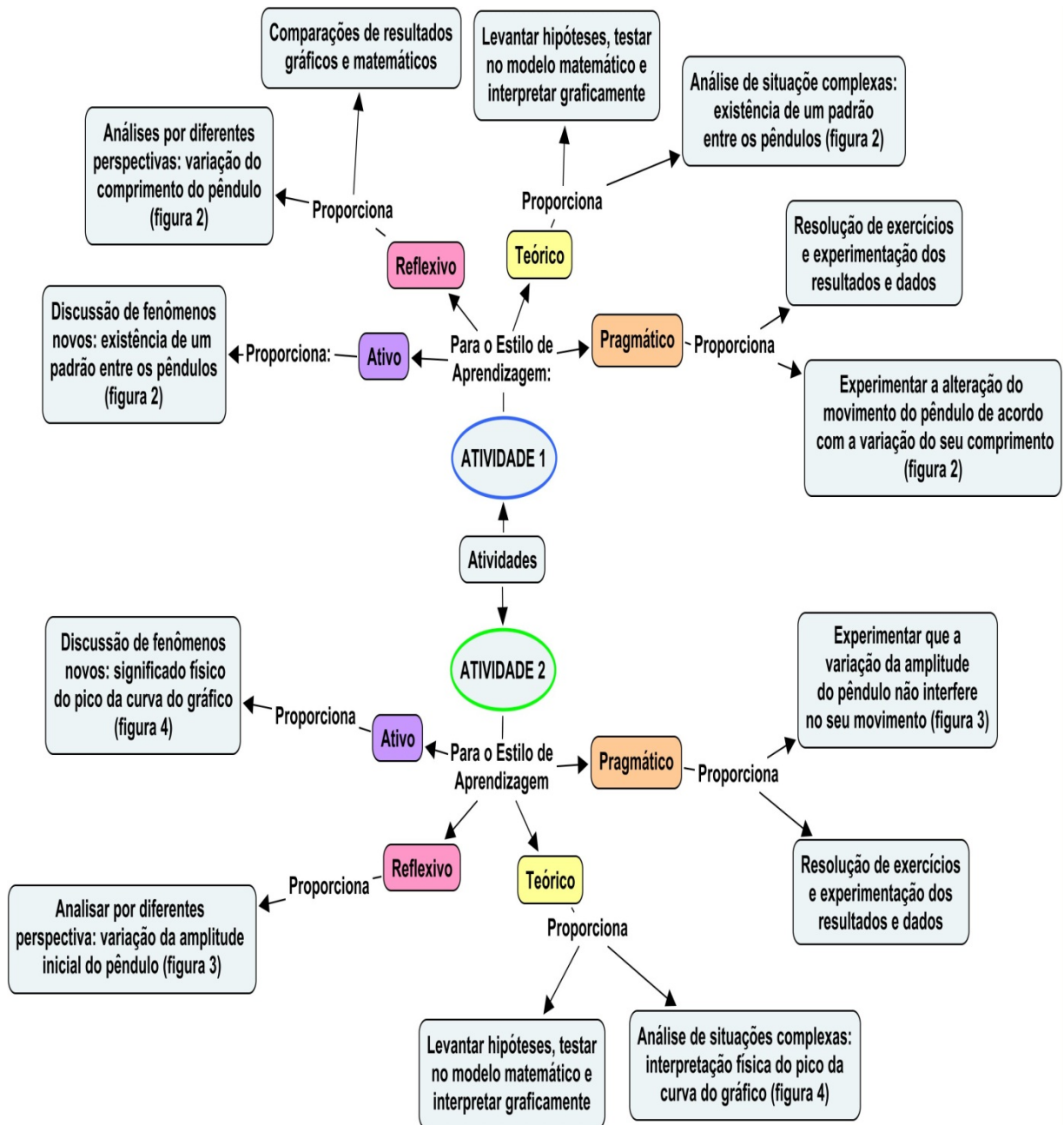


Figura 7: Potencialidades da atividade 1 e 2 do Guia Didático para o Pêndulo Simples, desenvolvido no Geogebra, para os Estilos de Aprendizagem.

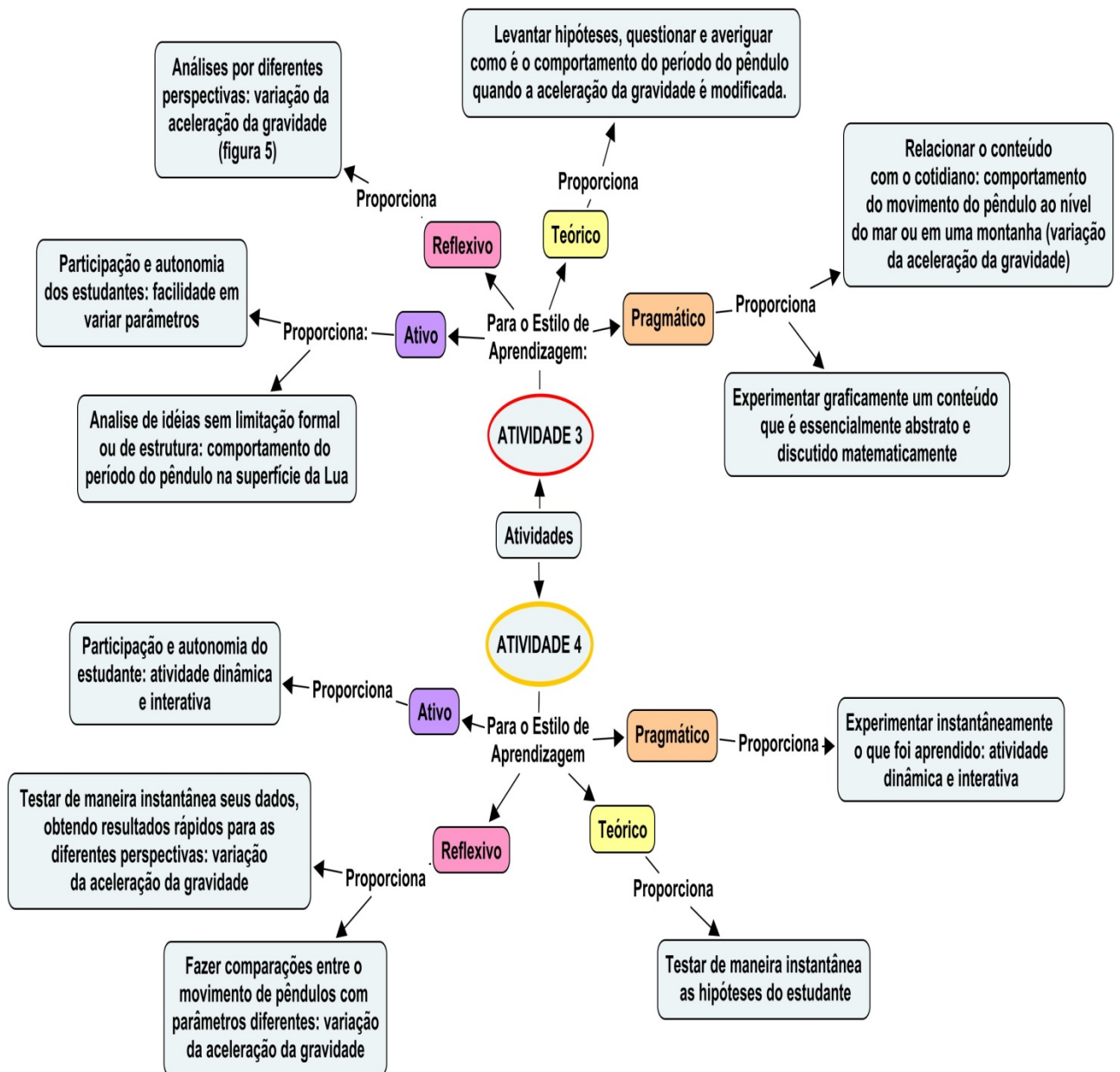


Figura 8: Potencialidades da atividade 3 e 4 do Guia Didático para o Pêndulo Simples, desenvolvido no GeoGebra, para os Estilos de Aprendizagem.