

## FRISOS: UNA NUEVA MIRADA A LA EVALUACIÓN

Graciela C. Lombardo<sup>1,2</sup>, Roxana V. Operuk<sup>1</sup>, Silvia Caronía<sup>1</sup>, Marcelo J. Marinelli<sup>1</sup>,  
Lucas J. Domínguez<sup>2</sup>

gracielalombardo@gmail.com, roxsoperuk@gmail.com, silvca2@gmail.com,  
marcelomarinelli@gmail.com, pm\_lucas@hotmail.com

Instituto GeoGebra Misiones

Facultad de Ciencias Exactas, Químicas y Naturales<sup>1</sup>, Facultad de Ciencias  
Económicas<sup>2</sup> Universidad Nacional de Misiones - Argentina

Modalidad: comunicación

Nivel educativo: universitario

Palabras clave: Evaluación - Frisos – Geometría - GeoGebra

### Resumen

*Este trabajo surge de la evaluación para la acreditación del curso-taller “GeoGebra: una nueva mirada a la Geometría” cuyos destinatarios fueron alumnos de la UNaM. Si bien se abordaron diversos contenidos de la Geometría Sintética, se optó por evaluar las transformaciones. El propósito pretendido fue aprovechar las potencialidades del software, para que los alumnos manipulen objetos y transformaciones geométricas a fin de obtener frisos.*

*En particular se presenta, en esta ponencia, trabajos elaborados por los educandos y las descripciones que dieron fundamento a sus construcciones. Creemos que esta modalidad de evaluación resultó novedosa ya que pudieron conjugar sus conocimientos matemáticos y creatividad. Esta actividad, sin duda, subyace en el intelecto del estudiante haciendo que el arte y la ciencia se compongan en una ecuación que da como resultado un aprendizaje significativo.*

*Una vez finalizado el proceso de evaluación y viendo que, en general, las producciones se caracterizaron por su creatividad, ingenio y habilidad en el manejo del software y los conceptos geométricos utilizados, se decidió realizar la catalogación y publicación. A tal efecto se creó un sitio en la web institucional del Instituto GeoGebra Misiones, donde se alojaron los trabajos de forma que pueda accederse mediante un menú organizado por autor/título.*

### Introducción

El arte y la ciencia son dos actividades exclusivas de la raza humana. Si bien algunos individuos tienen el preconceito que estas actividades carecen de puntos comunes, en realidad pueden complementarse, más aún potenciarse.

Desde Leonardo Da Vinci, con su exquisita manera de expresar ciencia por medio de su don artístico, hasta los fractales, expresión matemática de la naturaleza utilizada como expresión visual, puede encontrarse un gran bagaje de ejemplos de la relación existente entre arte y ciencia. Verbigracia en las Reducciones Jesuíticas de la región se observan frisos realizados por los guaraníes, organizados de acuerdo a su complejidad

geométrica, embelleciendo las galerías de los sectores más importantes la nave central de las iglesias<sup>1</sup>.

Esta publicación es el fruto del trabajo final para la acreditación del Curso-Taller “GeoGebra: una nueva mirada a la Geometría”. El propósito pretendido fue que, aprovechando las potencialidades del software, los alumnos manipulen objetos y transformaciones geométricas de forma tal de obtener frisos.

Más aún, los objetivos propuestos para la concreción de las actividades realizadas en el Curso-Taller, basados en las orientaciones que ofrece la UNESCO (2008), en su documento “Estándares de competencias en TIC para docentes”, son: i) Diseñar actividades en las que los estudiantes apliquen conocimientos de la disciplina a fin de resolver problemas de situaciones reales, mediante el uso de dispositivos móviles, aula virtual y softwares específicos. ii) Hacer hincapié en el aprendizaje colaborativo basado en actividades en las que los estudiantes examinen en profundidad un tema y aporten conocimientos para responder interrogantes y problemas cotidianos.

### **Proceso de evaluación**

En toda la actividad docente queda de manifiesto el tipo de práctica evaluativa, la concepción de enseñanza y de aprendizaje que el docente posee y realiza. En el proceso evaluativo no solamente se evalúan los conocimientos que el alumno ha adquirido, sino también de qué forma lo hace, cómo se contribuye para alcanzar esa meta, la efectividad del diagnóstico continuo realizado para seleccionar los contenidos en función del grupo presente, y también la auto-evaluación docente que resignifica todos los resultados obtenidos durante y al final del proceso.

En el ámbito académico, usualmente suele decirse que la evaluación es llevada a cabo mediante un proceso, pero casi siempre el docente concluye realizando el control y registro de los resultados obtenidos por los alumnos. Según Palou de Maté (2003), existen dentro del aula tres instancias fundamentales en el proceso de evaluación, las cuales se complementan mutuamente, por el sentido que cada una de ellas tiene. La autora denomina a esas instancias: Diagnóstico Inicial, Evaluación Diagnóstica Continua y Acreditación.

En la primera etapa (Diagnóstico Inicial) la finalidad es establecer cuáles son los saberes alcanzados por los alumnos en los años anteriores; en la siguiente (Evaluación

---

<sup>1</sup> Esta actividad es significativa por formar parte de nuestra historia, cultura e identidad regional. Los Padres Jesuitas enseñaban geometría a los guaraníes, quienes realizaban frisos, ubicándolos y catalogándolos de acuerdo a un orden de complejidad, para embellecer los sectores más importantes de las iglesias.

Diagnóstica Continua) determinar cuáles son los nuevos conocimientos adquiridos a fin de enmarcar la propuesta de enseñanza, como también establecer criterios de valoración de los aprendizajes, y en la última fase (Acreditación) el propósito está centrado en la verificación de resultados para certificar y legitimar sus conocimientos ante la Institución.

En acuerdo con Carlino (2005), la evaluación, en este sentido, representa un medio potente en el que se produce la retroalimentación del aprendizaje y de la enseñanza. En efecto, lo producido por el alumno en instancias evaluativas confiere información al docente la cual puede ser devuelta al alumno, a fin de reorientar su desempeño, como así también proporcionar argumentos para repensar su práctica pedagógica posterior. Además,

...la función tácita de toda evaluación: señalar a los alumnos qué es importante en una materia. Se ha observado que los estudiantes prestan una atención selectiva en cómo, para qué y en qué se los evalúa. Es decir, el conjunto del contexto evaluativo resulta a sus ojos una señal clara de que con esos es lo que han de aprender. Es éste el papel simbólico que juega la evaluación dentro de cada asignatura. Se trata de una función de hecho, que ocurre inevitablemente aunque no lo pretendamos. (Carlino, 2005, p. 107)

Al respecto, Carlino (2005) alude al currículum real, y lo define como lo que realmente aprenden los alumnos, más allá de lo que los profesores pretendieron enseñar. Es por ello que si tanto docentes como alumnos realizan, “con naturalidad”, prácticas innovadoras y argumentadas con la respectiva evaluación -en proceso-, entonces pueden repensarse instancias de acreditación de la misma condición.

### **Uso de las TIC en educación**

La sociedad actual convive con una espiral ascendente de desarrollos tecnológicos que obligan a los ciudadanos a involucrarse indefectiblemente para poder interactuar con todos los órdenes de la actividad humana. Debido a esto el ciudadano requiere un mínimo de conocimientos para la utilización de estas tecnologías. Como la universidad no es ajena a esta problemática, es menester de los docentes diseñar, de manera no lineal, proyectos y actividades contextualizadas y enriquecedoras, que apoyen y/o complementen su labor escolástica diaria.

Lograr la integración de las TIC en el aula dependerá de la capacidad de los maestros para estructurar el ambiente de aprendizaje de forma no tradicional,

fusionar las TIC con nuevas pedagogías y fomentar clases dinámicas en el plano social, estimulando la interacción cooperativa, el aprendizaje colaborativo y el trabajo en grupo. Esto exige adquirir un conjunto diferente de competencias para manejar la clase. En el futuro, las competencias fundamentales comprenderán la capacidad tanto para desarrollar métodos innovadores de utilización de TIC en el mejoramiento del entorno de aprendizaje, como para estimular la adquisición de nociones básicas en TIC, profundizar el conocimiento y generarlo. (UNESCO, 2008, p. 7)

Más aún, las TIC son “aliadas potentes” de docentes y alumnos, permiten realizar la evaluación en un sentido amplio y confieren al profesor realizar una práctica argumentada.

En las últimas décadas, las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) han modificado las relaciones sociales en todos sus aspectos, llegando a redefinir la manera de interactuar con el medio. Por esta razón, la introducción de estas tecnologías en el aula supone un nuevo desafío para los docentes.

Hasta ahora las prácticas áulicas intentaban responder el siguiente interrogante: ¿cómo enseñar Matemática desde los lineamientos de la Didáctica de la Matemática? En este momento, la cuestión es más compleja y la nueva pregunta debería ser: ¿cómo enseñar Matemática desde los lineamientos de su didáctica utilizando las TIC en forma apropiada? La respuesta a este nuevo eje de reflexión está en vías de construcción. (Podestá, 2011, p. 8)

### **Acerca de nuestra experiencia**

En el marco del Programa de Extensión “Instituto GeoGebra Misiones”<sup>2</sup> se dictó, en el primer cuatrimestre del año 2012, el Curso-Taller “GeoGebra: una nueva mirada a la Geometría”, destinado a alumnos de la UNaM<sup>3</sup>.

Las actividades propuestas<sup>4</sup>, se caracterizaron por el incremento en grado de complejidad conforme a la incorporación de conceptos y diversidad herramientas que

---

<sup>2</sup> Aprobado según Resolución CD N° 090/12 y N° 209/12

<sup>3</sup> En su mayoría alumnos del Profesorado en Matemática, y los restantes del Profesorado en física y de Ingeniería Química, de la FCEQyN de la UNaM,

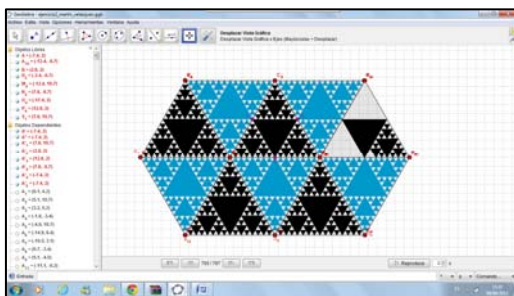
<sup>4</sup> Relativas a los temas previstos, fueron: *Punto. Recta. Semirrecta. Segmento. Ángulo. Lugar geométrico. Triángulos. Cevianas. Puntos, rectas y circunferencias notables en los triángulos. Polígonos. Transformaciones geométricas. Paralelismo y perpendicularidad. Circunferencia. Ángulos y arcos asociados a la circunferencia. Polígonos y la circunferencia. Perímetro y área de polígonos. Longitud de la circunferencia. Área del círculo.*

ofrece GeoGebra. Luego, en una puesta en común, se socializaron las diferentes estrategias utilizadas y los contenidos involucrados. Para ello, cada interesado en mostrar su producción operó la PC conectada al proyector y explicó la estrategia empleada. Esta modalidad de trabajo resultó superadora en razón que, los asistentes, pudieron negociar significados, reflexionar acerca de la variedad de recursos y estrategias manejadas. En tal sentido, fue factible llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes (evaluación diagnóstica). La dinámica empleada fue propicia al perfilar los resultados como avance en vías de la acreditación del Curso-Taller. Como trabajo final se encomendó la actividad grupal indicada en el Cuadro N° 1.

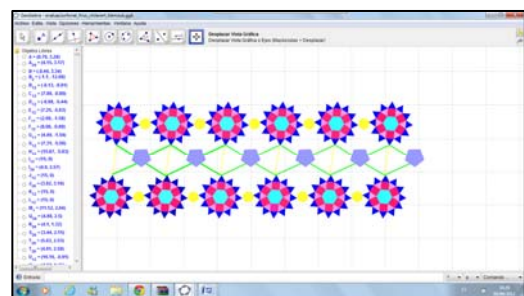
### Cuadro N° 1

- a) Confecciona un friso según las especificaciones que a continuación se detallan:*
- i. Puede ser el resultado de un diseño personal.*
  - ii. Puede construirse a partir de una fotografía o imagen extraída de la web. En tal caso deberás adjuntar, en un documento Word la imagen y la dirección web de origen.*
  - iii. Puede construirse a partir del registro fotográfico. Al igual que en el ítem ii) deberás consignar en el documento Word la fotografía, el lugar y fecha del registro fotográfico.*
- b) Copia la imagen resultante, producida con GeoGebra, insértala en el documento Word, describe y enumera las transformaciones geométricas utilizadas en la construcción.*

A continuación se presentan algunas de las producciones y síntesis de las descripciones respectivas efectuadas por sus autores.



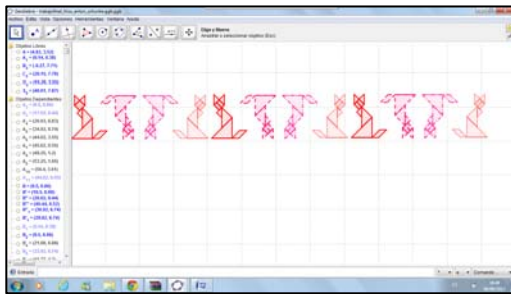
**Fig. N° 1. Sierpinsky en movimiento**



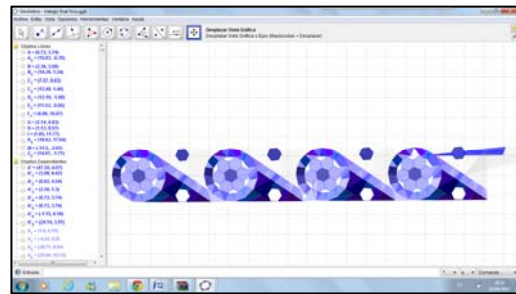
**Fig. N° 2. Flowers Impact**

En la elaboración del friso de la Fig. 1, los alumnos utilizaron la opción “Creación de herramientas nuevas”. Con esta herramienta crearon el icono al que nominaron Sierpinski1, y posteriormente los Triángulos de Sierpinski de orden 2, 3 y 4. A partir de aquí, y teniendo en cuenta las características intrínsecas de este triángulo, sucesivamente aplicaron simetría axial con eje sobre un lado y rotación de  $180^\circ$  con centro en un vértice.

En la realización del friso correspondiente a la Fig. N° 2 usaron la herramienta “Polígono regular” para la conformación de la flor constituida por un hexágono, cuadrados y triángulos. Una vez creada la misma aplicaron dos traslaciones, una de vector horizontal y otra de vector vertical, teniendo como resultado el conjunto de todas las flores. Las cuales ligaron mediante un segmento, cuyos extremos son el vértice de un triángulo y el punto medio de un lado del pentágono. Finalmente unieron los vértices de dos triángulos, pétalos de diferentes flores, con círculos “pequeños”.



**Fig. N° 3. Jugando con la Geometría<sup>5</sup>  
 Web<sup>6</sup>**



**Fig. N° 4. Imagen extraída de la**

En la elaboración del friso de la Fig. N° 3 utilizaron una imagen proveniente de la Web. Para la construcción de la primera figura animal, utilizaron una gran variedad de herramientas, como ser: polígono, punto medio, mediatriz, reflexión respecto de un punto. A partir de este diseño, las transformaciones geométricas usadas en la reproducción sucesiva fueron: simetría central respecto de un punto situado fuera de la primera figura -a una distancia de la base igual a la mitad de la altura de la primera figura- dando como resultado la segunda; desde un punto situado fuera de la segunda figura -el cual fue explícitamente elegido- trazaron una recta perpendicular a la línea horizontal que contiene la base de la primera figura, la cual fue utilizada como eje de simetría para obtener la tercera figura; seleccionaron un punto exterior a esta última figura -ubicado a una altura igual de la mitad de la altura del objeto- al cual utilizaron como centro de homotecia, de razón  $k = -1$ , para conseguir la cuarta figura; finalmente, a partir de un vector horizontal -cuyo módulo es escasamente mayor que la distancia entre la oreja izquierda del primer felino y la derecha del cuarto- aplicaron sucesivamente dos traslaciones, con lo cual obtuvieron el producto final.

<sup>5</sup> [http://1.bp.blogspot.com/\\_kGHlWwhQcpo/S9j1svkUgJI/AAAAAAAAAEg/aH-5Z4BF8v0/s400/tangram\\_games.jpg](http://1.bp.blogspot.com/_kGHlWwhQcpo/S9j1svkUgJI/AAAAAAAAAEg/aH-5Z4BF8v0/s400/tangram_games.jpg)

<sup>6</sup> <http://juraff.blogspot.com.ar/2008/06/frisos.html>

Para la confección del friso expuesto en la Fig. N° 4, los alumnos trabajaron sobre un diseño proveniente de un sitio web. Al comenzar la construcción partieron de un hexágono regular obtuvieron simétricos del mismo respecto de ejes que contienen a sus lados, dando como resultado un objeto geométrico en forma de “flor central”; entre dos circunferencias concéntricas –donde la de menor radio está circunscripta a la “flor”, formaron una serie de triángulos y cuadriláteros, análogos en forma y color con el diseño original, y con idéntico criterio prosiguieron la construcción hasta concluir la primera “onda”; para reproducirla tres veces más, recurrieron a la traslación de vector horizontal cuyo módulo es igual a la longitud de la primera “onda”, quedando plasmado el esquema final.

La mayoría de las producciones fueron de autoría, por ende involucran, al momento de su diseño, contenidos subjetivos o connotativos, aunque en el proceso constructivo con el software, el carácter de los contenidos involucrados tuvieron significado denotativo, en cuanto al bagaje cognoscitivo necesario en el proceso de manipulación de objetos y transformaciones geométricas, como también en las correspondientes argumentaciones<sup>7</sup>. En aquellos trabajos, efectuados a partir de imágenes provenientes de la web, únicamente implicaron contenidos denotativos.

En general, se apreció que además de tener en claro cuál es la transformación adecuada para obtener el resultado deseado, los alumnos supieron administrar sus conocimientos, de manera eficaz, para realizar la primera imagen, la que posteriormente repetirían a fin de construir el friso. Es así que apelaron a conceptos y objetos geométricos correctos y manipularon adecuadas herramientas que GeoGebra ofrece.

Una vez finalizado el proceso de evaluación y viendo que, en general, las producciones se caracterizaron por su creatividad, ingenio y habilidad en el manejo del software y los conceptos geométricos utilizados, se decidió realizar su compilación y tramitar el ISBN ante la Cámara Argentina del Libro para su catalogación y publicación. A tal efecto se creó un sitio en la web institucional del Instituto GeoGebra Misiones, donde se alojaron los trabajos de forma que pueda accesarse mediante un menú organizado por autor/título (<http://www.fceqyn.unam.edu.ar/geogebra/files/trabajos/Frisos2012.pdf>).

---

<sup>7</sup> “*Toda imagen tiene contenidos objetivos o denotativos y subjetivos o connotativos. En la denotación se realiza el análisis real y exhaustivo de los elementos constitutivos de la imagen. En esta actividad no se incorpora ningún tipo de valoración personal. En cambio en la connotación se produce una interpretación y comprensión de los elementos vistos en la denotación, las cuales dependen de la experiencia previa que posee la persona.*” (Lombardo, 2008, p. 103)

## Conclusión

La construcción de frisos, mediante el uso de herramientas computacionales y el trabajo colaborativo, con la correspondiente argumentación, resultó una instancia propicia para llevar a cabo la evaluación de los conocimientos detentados por los alumnos y establecer los respectivos criterios de valoración en vías de la acreditación del Curso-Taller. El diseño de este tipo de actividades, ingeniería didáctica, en donde utilizando TIC, aula virtual, GeoGebra, software de oficina, etc. permitió realizar una apreciación innovadora de los saberes del educando mucho más “sustanciosa” que con la metodología de evaluación tradicional. La trazabilidad que otorga la herramienta de seguimiento, de las actividades de los alumnos, mediante el protocolo de construcción, constituyó un sistema de evaluación eficiente, y aceptado por los alumnos con gran aquiescencia. Esta actividad, sin duda, subyace en el intelecto del educando haciendo que el arte y la ciencia se compongan en una ecuación que da como resultado un aprendizaje significativo.

## Referencias bibliográficas

- Carlino, P. (2005). *Escribir, leer y aprender en la universidad*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.
- Lombardo, G. (2008) *Análisis de la Efectividad de la Aplicación de Herramientas Metacognitivas Integradas en el Proceso de Evaluación Continua en la Geometría Proyectiva*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional del Comahue, Facultad de Ingeniería, Neuquén, Argentina.
- Palou de Maté, C. (2003). Evaluar para enseñar y evaluar para acreditar. Palou de Maté (Comp.). *La enseñanza y la evaluación. Una propuesta para matemática y lengua*. (pp. 19-48) Buenos Aires: GEEMA – U.N.Co. Facultad de Cs. de la Educación – C.E.Di.Co.
- Podestá, P. (2011). *Geometría*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.
- UNESCO. (2008). *Estándares de competencias en TIC para docentes*. Recuperado de <http://www.eduteka.org/pdfdir/UNESCOEstandaresDocentes.pdf>