

## OPTIMIZACIÓN DE LA ENSEÑANZA CON APLICACIONES DE GEOGEBRA EN UN HIPERTEXTO

Anabela Luján Erni  
anaerni@hotmail.com  
Universidad Nacional de Luján - Argentina

Modalidad: Comunicación

Nivel educativo: Curso universitario de primer año

Palabras clave: Hipertextualidad – Trigonometría – Aplicaciones en Geogebra

### Resumen

*Se diseña por medio del programa Power Point un hipertexto, dirigido a alumnos de de primer año de la Universidad Nacional de Luján, en el que se estudian las funciones trigonométricas, sus características, transformaciones y aplicaciones. El desafío de interpretar la lectura a partir de la red de significación que cada lector construye, permite establecer interacción entre el contenido, la persona y la computadora. En el trabajo se expone: introducción, objetivos, conocimientos previos, desarrollo del tema (funciones trigonométricas) y bibliografía. Con respecto a los conocimientos previos se brinda la posibilidad de recuperar algún contenido olvidado con una pequeña ejercitación. En lo que refiere a los contenidos a enseñar, además de la explicación teórica se ofrecen imágenes animadas diseñadas con el programa Geogebra, donde el alumno no sólo deberá observar, sino también modificar, explorar y conjeturar. Por medio de estas imágenes se propone una práctica de geometría dinámica facilitando la formulación de conjeturas sobre las propiedades involucradas. Entre dichas imágenes podemos mencionar: circunferencia trigonométrica; relaciones entre los valores de las funciones trigonométricas; construcción de las gráficas de las funciones seno, coseno y tangente a partir de la circunferencia goniométrica y las transformaciones en el plano como traslaciones, simetrías y dilataciones, ejemplificadas en la gráfica de la función seno.*

### Descripción de la unidad didáctica

Inicialmente se describe la secuencia didáctica con su introducción, sus objetivos, sus conocimientos previos y sus contenidos a enseñar. Después se exponen las tareas que componen la secuencia didáctica. Y por último, se menciona la bibliografía.

### Introducción

Integrar geometría, algebra y análisis en un material hipertextual involucra un reto disciplinar y didáctico para docentes y estudiantes y una alternativa exploratoria conceptual para la enseñanza y aprendizaje de matemática, poniendo en juego competencias metamatemáticas asociadas a diversos marcos.

A lo largo de todo el material desarrollado se han diseñado situaciones didácticas de matemática dinámica, que dan pie a un tratamiento algebraico, analítico y geométrico. Se ejercitan habilidades de pensamiento ampliando el campo de la reflexión y

fomentando la comprensión. Se exploran diferentes estrategias que permiten por ejemplo descubrir: la relación entre el ángulo de una circunferencia y la longitud de arco correspondiente, las relaciones entre los valores de las funciones trigonométricas, la construcción de las funciones a partir de la circunferencia goniométrica, entre otras.

De esta forma, se introducen las funciones trigonométricas por medio de su relación con el estudio de la geometría de los triángulos.

### **Objetivos**

Los objetivos propuestos para el desarrollo de la unidad didáctica son:

- ✓ Convertir del sistema sexagesimal al circular y viceversa.
- ✓ Interpretar y relacionar las variaciones y signos de las funciones trigonométricas con respecto a ángulos de la circunferencia trigonométrica o goniométrica.
- ✓ Esbozar y analizar el comportamiento de las funciones trigonométricas, interpretando los conceptos de amplitud, período y desplazamientos verticales y horizontales.

Para cumplir con el primer objetivo se introducen actividades con el propósito de establecer relaciones entre los sistemas de medidas de ángulos.

En cuanto al segundo objetivo, se presentan técnicas para el estudio de la circunferencia trigonométrica, que permitan identificar la variación de las funciones de los ángulos notables y sus relaciones con ángulos de demás cuadrantes.

Con respecto al tercer objetivo se proponen actividades con el fin de comprender el comportamiento de las funciones y su relación con la circunferencia goniométrica.

### **Contenidos previos**

1. Sistema sexagesimal: operaciones.
2. Clasificación de ángulos: consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice, complementarios y suplementarios.
3. Triángulos: Clasificación. Ángulos de un triángulo. Alturas de un triángulo. Congruencia de triángulos. Teorema de Pitágoras.
4. Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos.
5. Funciones: concepto. Dominio e imagen. Análisis de funciones. Gráficas que se obtienen por simetría o traslaciones.

### **Contenidos a enseñar**

- 1.- Medida angular: Ángulos orientados. Sistema de medición de ángulos (sexagesimal y radial). Conversión de ángulos.

2.- Circunferencia trigonométrica o goniométrica: Identidad pitagórica. Ángulos notables. Relaciones entre los valores de las funciones trigonométricas.

3.- Funciones trigonométricas: Función seno y coseno (gráfica y análisis). Gráfica de las transformaciones. Función tangente (gráfica y análisis). Funciones cotangente, cosecante y secante.

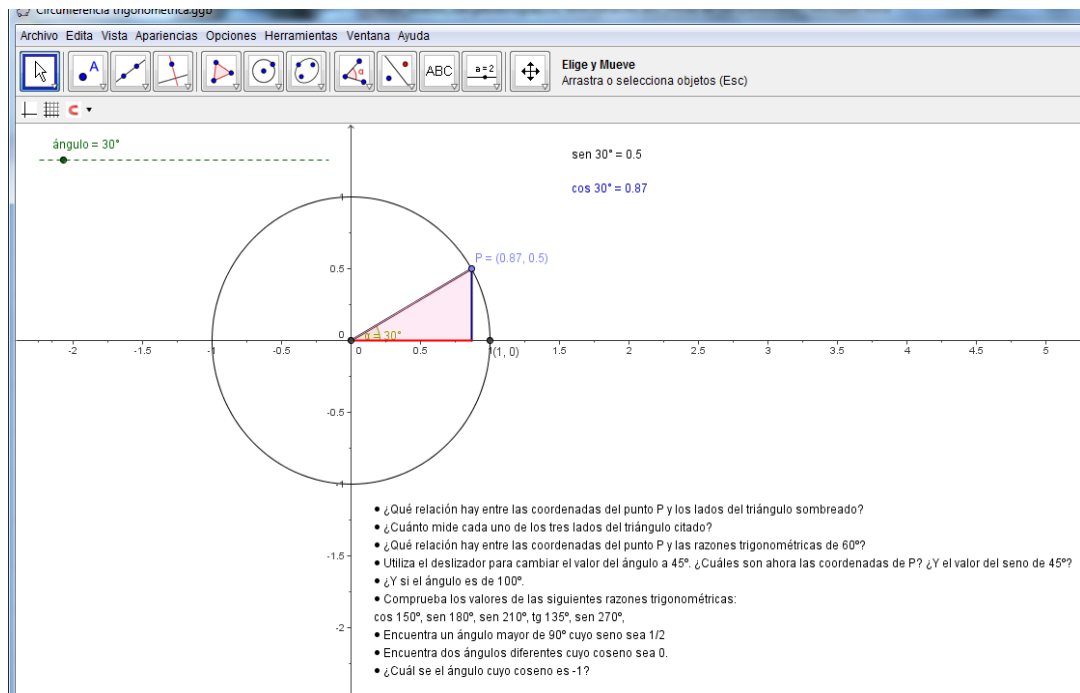
### **Secuencia didáctica**

El diseño de este hipertexto ofrece a los alumnos la posibilidad de revisar algún contenido previo en caso de no recordarlo con una pequeña ejercitación a fin de interpretar la lectura actual. Los contenidos a enseñar se establecen en una estructura jerárquica, donde de los bloques principales se desprenden sub-bloques representados en los subtemas vinculados por nodos, ofreciendo a su vez, la posibilidad de una vuelta atrás a conocimientos previos generando una conexión conceptual y de navegación que muestra las relaciones. Además, para la comprensión y esclarecimiento de ciertos conceptos se ofrecen videos e imágenes animadas diseñadas en el programa Geogebra. De esta forma, se brinda un nivel de interactividad y una ambientación integral impulsando al alumno-lector a recorrer el texto.

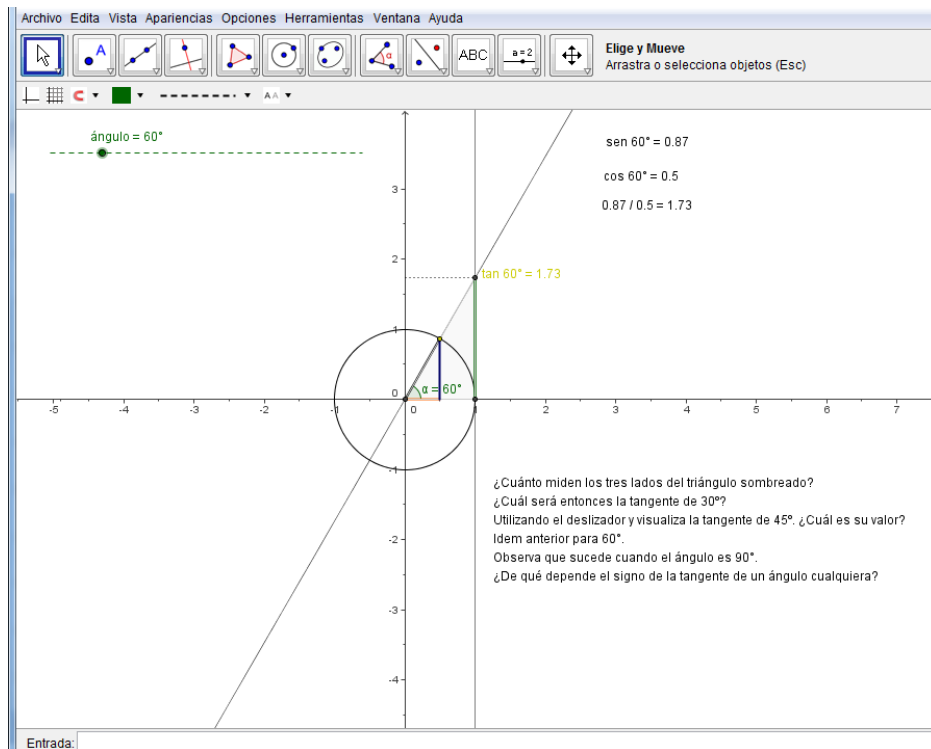
Con el objeto de establecer la estructura de la aplicación del diseño hipertextual se crea un boceto que permite visualizar mejor los componentes enunciados, sus relaciones, los mecanismos de ubicación y navegación del lector, etc., al estilo de un mapa conceptual. A partir del boceto que se presenta en el *Anexo I*, es posible tener una visión más acabada y concreta de la estructura general de la aplicación.

A lo largo del hipertexto se expone una explicación teórica de los contenidos a enseñar y una ejercitación al respecto, pero también ofrece visualizar el trazado dinámico de construcciones geométricas y la representación gráfica de las funciones trigonométricas en determinados momentos de la unidad. Entre ellos podemos mencionar:

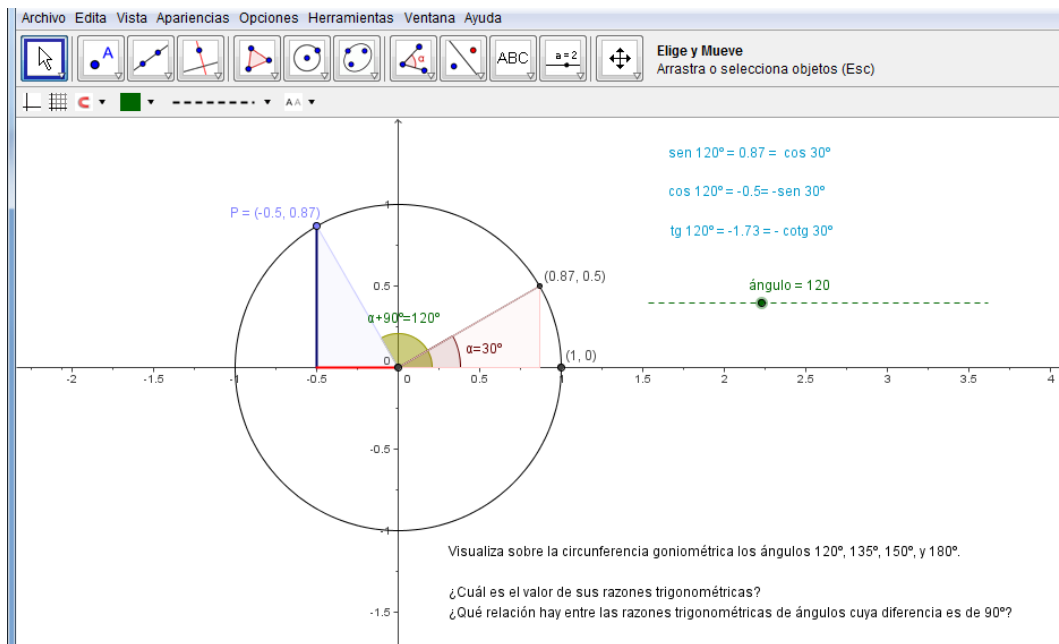
- ❖ Al explicar los sistemas de medición de ángulos (sexagesimal y radial) se propone a los alumnos una actividad en Geogebra a fin de deducir la conversión de los ángulos.
- ❖ Al referirnos a la circunferencia trigonométrica se ofrece por medio del programa Geogebra:
  - 1) Interpretar las posiciones y los valores que toman el seno y el coseno en la circunferencia entre  $[0, 2\pi]$ .



2) Interpretar geoméricamente la posición de la tangente y su valor con respecto al seno y coseno.

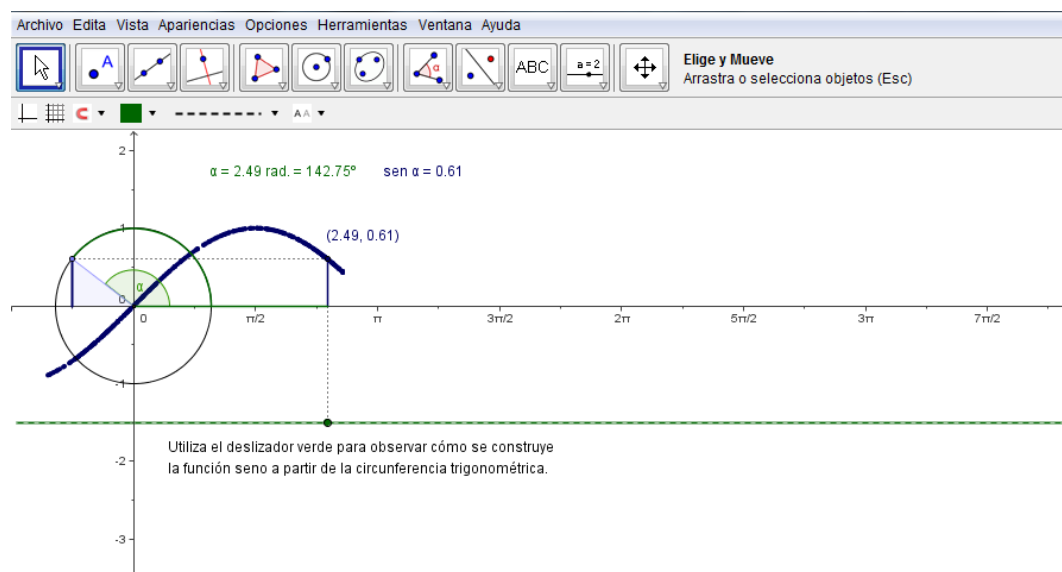


3) Observar las relaciones entre los valores de las funciones trigonométricas que ilustramos, por ejemplo, con ángulos que difieren en  $\frac{\pi}{2}$ .

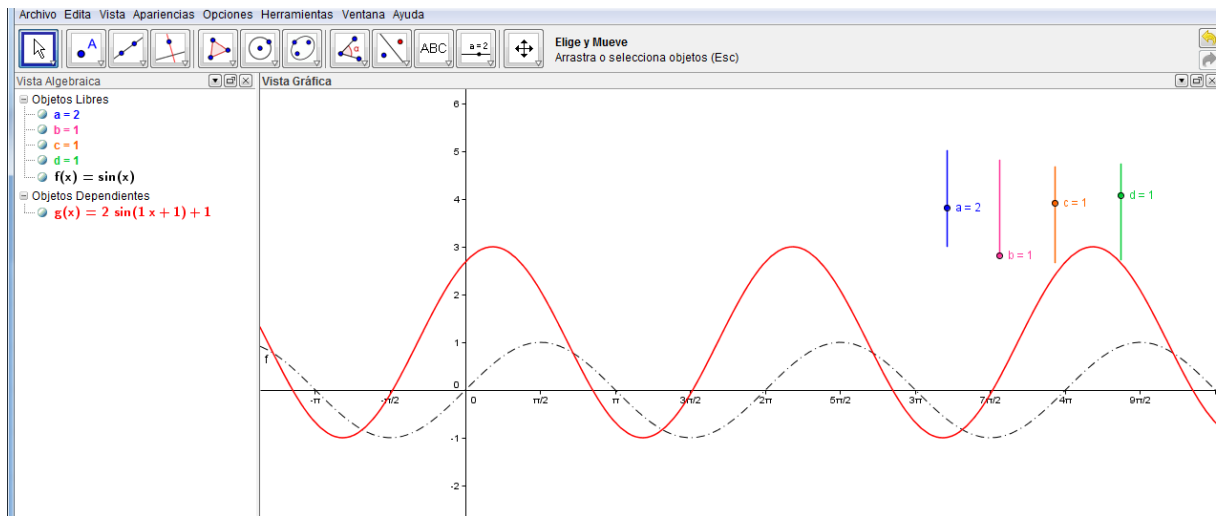


❖ Al estudiar las funciones trigonométricas se presentan a través de animaciones en Geogebra:

1) La construcción de las funciones seno, coseno y tangente a partir de la circunferencia goniométrica, como se muestra en la siguiente imagen la construcción de la función seno.



2) Las transformaciones de las gráficas, como se muestra a continuación con la gráfica de la función seno:



## Conclusiones

Al desarrollar el presente trabajo se aspiró realizar una mejora en el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes. El estímulo de una lectura no secuencial, a la medida de los ritmos y necesidades de cada lector, y la utilización de la herramienta que permite interactividad, exploración, conjetura y elaboración, parecen ser recursos adecuados para lograr el propósito de un aprendizaje autónomo. Asimismo, cabe destacar la presencia del docente, como mediador, conduciendo esa búsqueda y acompañando los avances de los alumnos, brindándoles su ayuda al detectar errores y orientándolos en su corrección.

Con esta propuesta se inicia un camino que seguramente será revisado para introducir las mejoras necesarias con el objeto de optimizar su aplicación. Por otra parte, esta idea impulsa a producir nuevos materiales interactivos respecto a otros contenidos.

Como toda experiencia educativa, está sujeta a permanente revisión, cambio y ajuste. Las experiencias compartidas con otros colegas en estas próximas Jornadas serán fructíferas para tal fin.

## Referencias

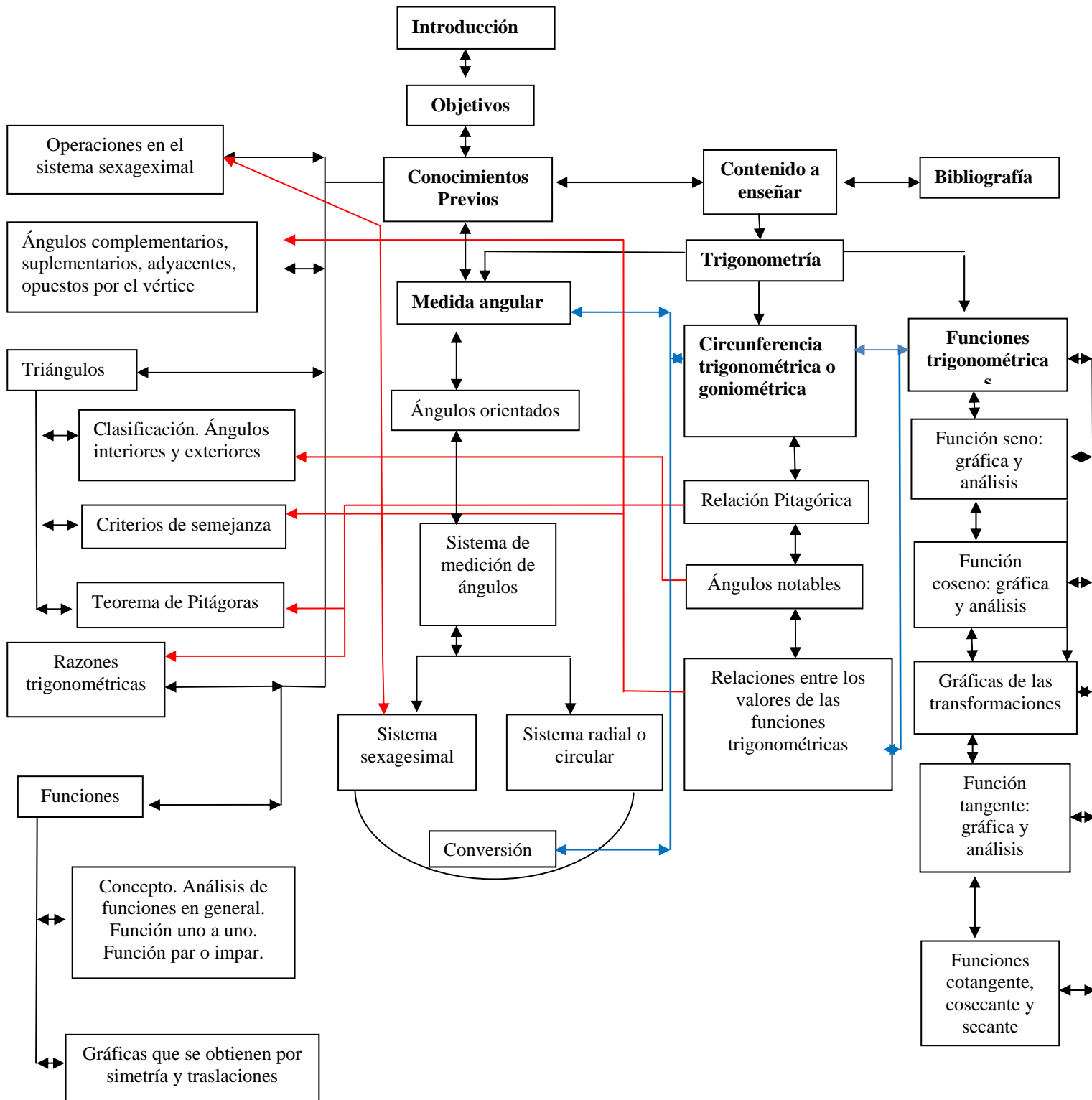
- Camuyrano, Net y Aragón. Matemática I. Editorial Estrada.
- Garaventa Luis, Legorburu Nora, Rodas Patricia. Carpeta de Matemática 8 y 9. Editorial Aique.
- Kaczor Pablo, Schaposchnik Ruth, Franco Eleonora, Cicala Rosa, Díaz Bibiana. Matemática I. Editorial Santillana.
- Novelli Alfredo. Elementos de Matemática. Impresiones Mlibros.
- Redlin, Stewart y Watson. Precálculo. Internacional Thomson Editores.

## Páginas Web:

- <http://www.geogebra.org>
- <http://www.geogebra.org/ayuda/search.html>
- <http://formacionprofesorado.educacion.es/index.php/es/materiales/236-geogebra-en-la-ensenanza-de-matematicas>
- <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm>

**Anexo I**

Estructura de la aplicación del diseño hipertextual (mapa conceptual)



Aclaraciones con respecto al mapa conceptual presentado:

Los bloques principales se destacan con negrita y de allí se desprenden los sub-bloques, donde cada uno de éstos últimos permiten seguir avanzando en la lectura, retroceder o dirigirse al concepto previo relacionado. Si bien la estructura de la lectura en cierto punto está dirigida, otorga la posibilidad al estudiante de sortear caminos en caso de que ya conozca el contenido anterior.

Las flechas rojas muestran los enlaces entre los conocimientos previos y los contenidos a enseñar y las flechas azules muestran una secuenciación de la lectura.

Cada sub-bloque a través de un ícono ofrece una pequeña ejercitación del tema expuesto con sus respectivos resultados, estimulando al lector a la autoevaluación y a poner en evidencia lo aprendido.