VELHOS CONCEITOS ALIADOS A NOVAS TECNOLOGIAS: GEOGEBRA E O CÁLCULO DA ÁREA DE UM CÍRCULO.

Hamilton Luiz de Souza 1 – Renata Silva Santos 2 – Aguinaldo Robinson de Souza 3
hamilton@fpte.br – re.resilvas@gmail.com – arobinson@fc.unesp.br
1,2 - Centro Universitario de Lins – UNILINS, 3 - Faculdade de Ciências – UNESP, Brasil.

Modalidade: Comunicação Breve
Nível Educativo: Médio (11 a 17 anos)
Palavras Chave: Cálculo da Área, Limite, GeoGebra, Ensino e História da Matemática.

Resumo

O presente artigo descreve uma proposta de atividade computacional com uma vertente na História da Matemática no desenvolvimento de conceitos no cálculo da área de um círculo, sem a utilização da expressão $A = \pi r^2$ *com base no desenvolvimento de Abraham bar Hiyya, aplicando geometria e álgebra, com aprendizado implícito de probabilidades e limites. Foi utilizado o GeoGebra que possibilita em um único ambiente a aplicação e junção de recursos de geometria, álgebra, planilhas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos. Neste software são apresentadas, ao usuário, diferentes representações, que interagem entre si, de forma plural e didática. A proposta alia atividades de recuperação histórica de um método gráfico e a sua representação tecnológica atual, favorecendo a efetiva inter-relação entre a expressão matemática, sua aplicação e construção, enfatizando o conhecimento autônomo do aprendiz, imprescindível para a consolidação do conhecimento, sem apenas memorizar significados postulados, incitando o pesquisador que existe espontâneo dentro de cada interessado na Matemática na busca de outras possibilidades.*

INTRODUÇÃO

No contexto educacional atual são inúmeras as dificuldades tanto por parte dos professores quanto dos alunos no ensino da matemática, refletindo tanto na formação intelectual, como também, na psíquica do educando. Conforme estabelecido nos Parâmetros Curriculares Nacionais, a matemática tem seu papel formativo:

“(...) a matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios.” (PCN, Brasil, 1998).

Tão importante para o aprendizado e desenvolvimento do ser humano, há de se dar grande importância e atenção ao ensino da matemática com significação desde as séries iniciais do ensino fundamental. Faz-se necessário organizar e estimular a construção do conhecimento lógico matemático de forma significativa, com atividades que permitam ao aluno manipular estratégias e soluções para as intermediações já criadas.

De acordo com Freire:

“Transformar a experiência educativa em puro treinamento técnico é mesquinhar o que há de fundamentalmente humano no exercício educativo: o seu caráter formador. Se se respeita a natureza do ser humano, o ensino dos conteúdos não pode dar-se alheio à formação moral do educando. Educar é substantivamente formar.” (Freire, 1999, p. 37)

Freire afirma ainda que:

“Educadores e educandos se arquivam na medida em que, nesta distorcida visão da educação, não há criatividade, não há transformação, não há saber. Só existe saber na invenção, na reinvenção, na busca inquieta, impaciente, permanente, que os homens fazem no mundo, com o mundo e com os outros.” (Freire, 1975, p.66).

Percebe-se, que hoje a construção do conhecimento não está implícita no ensino da matemática, além de suas fórmulas não integrarem o contexto social do aprendiz, o “por que” deu lugar ao “como”, desprezando o atrativo da descoberta como fonte do aprendizado.

Com isso os alunos não conseguem aprender a matemática que lhes é transmitida, muitas vezes perdem o interesse já nas séries iniciais, comprometendo o desenvolvimento essencial da sequência pedagógica da disciplina, ou então, sentem dificuldades em utilizar o conhecimento deficiente adquirido. O professor, consciente do “déficit” de resultados satisfatórios que obtém junto aos seus alunos, tem dificuldades de repensar, planejar e desenvolver o seu fazer pedagógico, acreditando ser incapaz de ser tutor na construção do conhecimento seriado, muitas vezes truncado.

Aprender é construir significados ou conceitos e ensinar é oportunizar essa construção. (MORETTO apud SOUZA, 2002).

A prática pedagógica para o ensino da matemática está estagnada, o processo ensino aprendizado é centralizado na figura do professor, a maioria dos conceitos e práticas é ineficaz e muitas vezes os conteúdos são apresentados sem significação, o aluno é mero ouvinte, receptor passivo do conhecimento sem sentido, memorizado apenas para superar etapas classificatórias.

Cabe ao professor ser mediador do conhecimento, responsável pelo aprimoramento de técnicas e metodologias que ofereçam um ambiente educacional que leve o aluno a ser sujeito do aprendizado. Neste ambiente de construção de aprendizado as atividades lúdicas são plenamente apropriadas, propiciando dinamismo às aulas, tornando-as atrativas e prazerosas, despertando no aluno o interesse, promovendo assim o ensino aprendizagem significativo.

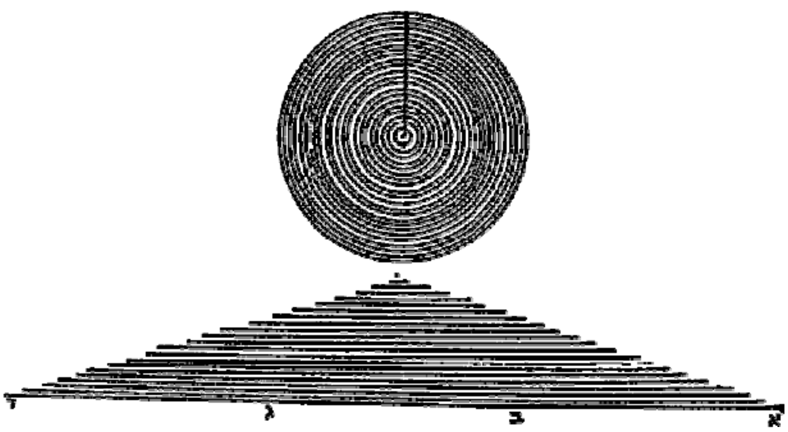
Com a inclusão de novas tecnologias que levem o aluno a ser o sujeito da aprendizagem, respeitando seu contexto, considerando suas motivações, curiosidade e desejo de realizar atividades em grupo, as atividades lúdicas provocam uma mudança de comportamento por parte dos alunos como autoestima, interesse, motivação, criatividade, autonomia, alegria, prazer, entre outros.

Ante essa necessidade de apoio pedagógico para a construção do conhecimento no ensino da matemática com significação, foi elaborada uma proposta para o cálculo da área de um círculo, partindo de uma aplicação pedagógica de Abraham Bar Hiyya, desenvolvida utilizando o aplicativo GeoGebra.

A proposta alia atividades lúdicas, tecnologia e a utilização de diversos recursos matemáticos num mesmo ambiente, em especial álgebra e geometria, com o intuito de promover o processo de ensino-aprendizagem da matemática, levando o aluno a construir o conhecimento, "inter" relacionando as diversas formas e conceitos dos cálculos e fórmulas.

O MÉTODO DE ABRAHAM BAR HIYYA

Abraham Bar Hiyya, um matemático e astrônomo judeu que viveu na Espanha, também conhecido pelo seu nome em latim, Savasorda. É uma figura importante na popularização da equação de segundo grau. Escreveu vários trabalhos nas áreas de astronomia, matemática e filosofia judaica. Seu trabalho mais influente é uma obra de geometria prática, chamada *□ibbūr ha-meshī□ah we-ha-tishboret,* um tratado em hebraico, em álgebra islâmica e prático geometria, que contém a primeira solução completa da equação de segundo grau $x^2 - ax + b = 0$.



Em uma de suas obras de geometria, Abraham apresenta uma solução simples e engenhosa para o cálculo da área de um círculo. Ele propõe que se abra a superfície de um círculo, encarado como constituído por camadas, que quando cortado e aberto, forme um triângulo, cuja área é igual à do círculo. Sendo a base do triângulo o comprimento da circunferência e a altura o raio do círculo.

ADAPTAÇÃO E APLICAÇÃO NO GEOGEBRA

Neste artigo é proposto o método de Abraham Bar Hiyya para calcular a área do círculo, sem a utilização da tradicional fórmula $A_{circulo} = \pi.R^2$, com aproximação por retângulos, representado no software GeoGebra, podendo ser aplicado como uma ferramenta de aprendizado no ensino fundamental e médio, num processo através de limites.

Neste artigo é proposto aplicação de cálculo da área de um circulo, sem a utilização da tradicional fórmula $A_{circulo} = \pi.R^2$, tendo como base a proposta de Abraham Bar Hiyya, com aproximação por retângulos, representado no software GeoGebra, utilizado como uma ferramenta de aprendizado no ensino fundamental e médio, num processo através de limites.

O método concilia a utilização da tecnologia computacional e o raciocínio lógico dedutivo e intuitivo, através de uma atividade lúdica, na busca do conhecimento autônomo para problemas simples, que na maioria dos casos fazem uso de fórmulas sem conhecer suas origens e soluções.

Em tese propõe dividir o círculo em vários anéis concêntricos, que quando abertos são transformados em retângulos. Quanto maior for o número de anéis, melhor será a precisão do cálculo proposto, chegando ao limite quando o número de anéis tende a infinito, assim o conjunto de retângulos sobrepostos assumem o formato de um triângulo, sendo sua base o comprimento (perímetro) do anel externo.

Figura 1: Vista parcial da Janela Gráfica exibindo a região que definirá os dados para desenho e que posteriormente receberão os resultados obtidos

Para o desenvolvimento da solução e de outras teorias implícitas, foi utilizado a ferramenta gráfica GeoGebra, de fácil aplicação que favorece o ensino aprendizado de geometria e álgebra de forma geral e unificada.

Com a implementação espera-se, além de difundir a proposta de Abrahan Bar Hiyya e o cálculo da área de um círculo sem a utilização da fórmula tradicional, estimular a prática do aprendizado autônomo e com ele o conhecimento da matemática e suas derivações.

Utilizando componentes que permitam alterar o tamanho do raio e a quantidade de divisões do círculo, consegue-se liberdade de escolha e observação da precisão dos resultados obtidos.

Para esta implementação foi proposta a seguinte sequência:

1. Na janela gráfica, inserir os seguintes campos (Fig. 1):
    a. Campo Texto, na caixa de diálogo inserir o texto “Raio principal:”;
    b. Campo de controles deslizantes que define e controla o tamanho do raio do círculo (r);
    c. Campo Texto, na caixa de diálogo inserir o texto “Número de divisões:”;
    d. Campo de controles deslizantes que define e controla a quantidade de divisões (div), e assim a precisão do cálculo;
    e. Campo Texto, na caixa de diálogo inserir o texto “Área aproximada”.
2. Na janela da planilha:
    a. Definir a coluna “A” da planilha como sendo aquela que informa a numeração da circunferência. Esta coluna será utilizada na sequência para efeito dos cálculos, devendo ser numerada a partir da célula “A2”, com valores iniciando em 0 (zero) até o valor máximo definido no controle deslizante referente à quantidade de divisões desejada. Em nosso caso definimos como sendo o valor máximo 30, enquanto o controle deslizante referente ao raio tem seus valores limitados em 10 unidades métricas;
    b. Na coluna “B” (Fig. 2), a partir da célula “B3”, inserir a fórmula “Se[div ≥ A3, (x - 3.14159r)² + (y - 2r - 1)² = (r - r / div (A3 - 1))², 0]”. Atendendo o especificado será desenhado na janela gráfica ou algébrica um círculo de raio “r”. As células subsequentes da coluna “B” receberão tratamento semelhante,

Planilha

	A	B
1	Div	Circulos Conc.
2	0	
3	1	$(x-31.42)^2+(y-21)^2=100$
4	2	$(x-31.42)^2+(y-21)^2=93.44$
5	3	$(x-31.42)^2+(y-21)^2=87.11$
6	4	$(x-31.42)^2+(y-21)^2=81$
7	5	$(x-31.42)^2+(y-21)^2=75.11$
8	6	$(x-31.42)^2+(y-21)^2=69.44$
9	7	$(x-31.42)^2+(y-21)^2=64$

Figura 2: Vista parcial da Planilha com as células utilizadas para o desenho dos anéis

alterando apenas a informação de célula, trocando de “A3” para a linha ao qual a fórmula será inserida, assim na linha “4” teremos “A4” no lugar de “A3”;

c. Na coluna “C” (Fig. 3), a partir da célula “C3”, inserir a fórmula “Se[div ≥ A3, Polígono[(0, r / div (A3 - 1)), (0, r / div A3), (2 (3.14159) (r - r / div (A3 - 1)), r / div A3), (2 (3.14159) (r - r / div (A3 - 1)), 0)], 0]”. Atendido o especificado será desenhado um quadrilátero de altura r/div e comprimento igual ao perímetro do círculo correspondente. As células subsequentes da coluna “C” receberão tratamento semelhante, alterando apenas a informação de célula, trocando de “A3” para a linha ao qual a fórmula será inserida, assim na linha “4” teremos “A4” no lugar de “A3”;

Figura 3: Visão da janela de diálogo onde é definida a fórmula e condição para o desenho do retângulo para cálculo da área aproximada.

d. a coluna “D” é semelhante à “C”. Nesta coluna foi trocado na fórmula o comando de desenho do “POLÍGONO” pelo cálculo da “ÁREA”, ficando a fórmula assim elaborada: “Se[div ≥ A3, Área[(0, r / div (A3 - 1)), (0, r / div A3), (2 (3.14159) (r - r / div (A3 - 1)), r / div A3), (2 (3.14159) (r - r / div (A3 - 1)), 0)], 0]”. Esta nova formulação é necessária para que na planilha se consiga fazer a somatória das células, obtendo o valor aproximado da área do círculo gerador dos polígonos. As células subsequentes desta coluna receberão tratamento idêntico à esta, alterando apenas a informação de “A3”, para a linha ao qual a fórmula será inserida, assim na linha “4” teremos “A4” no lugar de “A3”. Nestas células estão sendo calculadas as áreas dos quadriláteros gerados na

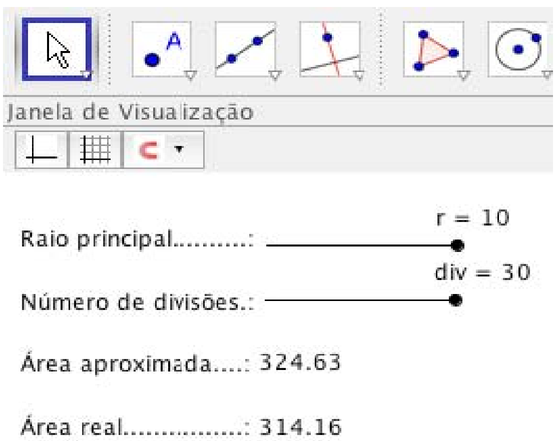


Figura 4: Visão parcial apontando, na Janela Gráfica, a região que contém as informações com os dados e os resultados obtidos.

coluna “C”. Observa-se que quanto maior o número de quadriláteros, maior será a precisão do cálculo da área do círculo, uma vez que ela é resultado da soma das áreas.

3. Na janela gráfica insira (Fig. 4):
   a. um campo texto. Na janela de diálogo, no campo “Editar” insira, através de seleção direta na planilha, a célula D34, transportando assim o resultado da área aproximada para a janela gráfica;
   b. um campo texto. Na janela de diálogo, no campo “Editar” insira, através de seleção direta na planilha, a célula D35, transportando assim o resultado da área calculada para a janela gráfica.

Através do controle deslizante do tamanho do círculo, defina seu raio. Observe que enquanto este controle é acionado o raio vai alterando e como consequência, a imagem na área gráfica também. Uma vez definido o raio do círculo, o próximo passo é a alteração da quantidade de divisões que se pretende no cálculo. Como o processo é por aproximação, o valor exato somente será obtido quando a quantidade de divisões tenderem a infinito, o que não é possível graficamente, mas é perceptível que com o aumento da quantidade de divisões a precisão melhora proporcionalmente.

Uma visão geral da solução pode ser observada na figura abaixo (Fig. 5), para melhor compreensão do contexto.

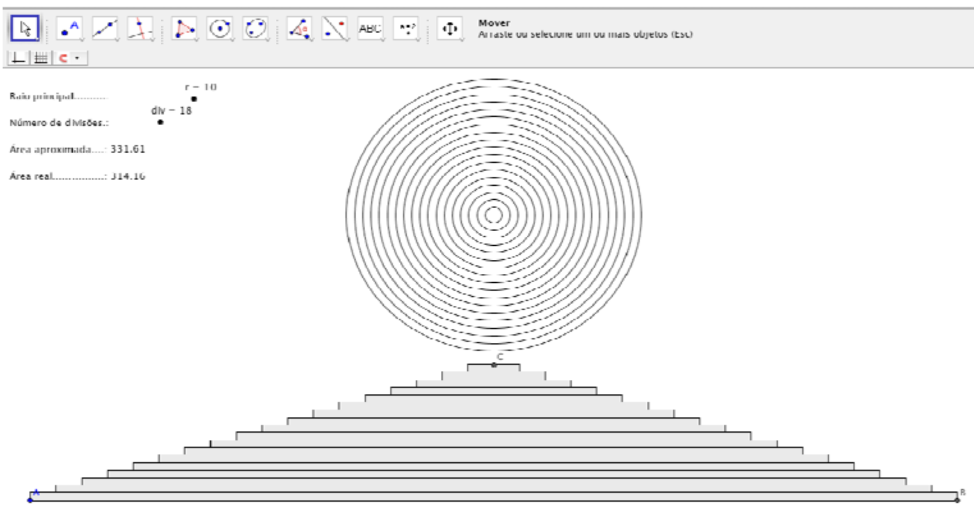


Figura 5: Apresentação final com o círculo que se deseja calcular a área (recortado) e os respectivos retângulos abaixo que vão gerar a área aproximada.

Considerações Finais

A construção gráfica proposta, tendo como base o desenvolvimento de Abraham Bar Hiyya, demonstra que uma boa aproximação, para o cálculo da área de um círculo, pode ser obtida com uma quantidade pequena de divisões. A forma geométrica utilizada para tal aproximação, o retângulo, pode não ser a melhor escolha, mas o objetivo de se introduzir, intuitivamente, o conceito de limite é assim melhor observado. A partir do que foi apresentado pode-se concluir que o software GeoGebra é de fácil aplicação e eficiente na implementação. A possibilidade de utilização de componentes dinâmicos (controle deslizante), permite ao usuário da solução proposta, ter controle e observar os resultados instantaneamente quando alterados o raio e/ou a quantidade de divisões desejadas para o cálculo. Desta forma o usuário (aluno), sentirá atraído para a busca e aprofundamento do conhecimento significativo, saindo desta forma de passivo do aprendizado tradicional para sujeito autônomo do aprendizado interativo, com as possibilidades que a ferramenta permite. Assim sendo, pretende-se salientar que o envolvimento do aluno no processo ensino/aprendizagem é primordial, essencial para o desenvolvimento da cumplicidade e responsabilidade tanto no ensino da matemática como para a formação social do indivíduo.

Referências bibliográficas

Abraham Bar Hiyya. Recuperado de http://en.wikipedia.org/wiki/Abraham_bar_Hiyya. Acesso em 07/08/2012.

Borges, T. M. (2006) *A percepção de futuros professores de matemática quanto ao uso de recursos lúdicos no ensino*. Recuperado de http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12006/TatianadeMouraBorges.pdf Acesso em 19/07/2012.

Brasil. S. E. F. (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF.

Brasil. S. E. M. T. (2006). *Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: M. E.

Freire, P. (1999). *Pedagogia da autonomia*. São Paulo: Paz e Terra.

Freire, P. (1975). *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

GeoGebra. Recuperado de http://www.geogebra.org/cms. Acesso em 17/05/2012.

Meavilla, V. (2012). *Apriendendo Matemáticas com lós grandes Maestros*. Espanha: Editorial Almuzara