

GEOGEBRA: INSTRUMENTO PEDAGÓGICO PARA O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS E HABILIDADES EM MATEMÁTICA

Cibelle de Fátima Castro de Assis
cibelle@dce.ufpb.br
Universidade Federal da Paraíba - Brasil

Modalidade: Comunicação

Nível educativo: Formação e atualização docente

Palavras chave: Competências – Geogebra – Atividades – Função

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar propostas de utilização do Geogebra para o ensino de Matemática sob o ponto de vista das Competências e Habilidades relativas ao aluno do Ensino Médio brasileiro referente ao conteúdo Função do 1º Grau. Analizamos duas atividades a partir do referencial teórico construído a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000) e de pesquisas desenvolvidas por Laborde (2008), Goos (2011), Amado & Carreira (2008) sobre os modos de utilização dos softwares de Geometria Dinâmica. Ao fim do estudo pudemos concluir que o Geogebra é um instrumento pedagógico que auxilia o desenvolvimento de competências e habilidades mas que para atender às exigências das orientações nacionais são necessárias diferentes atividades com objetivos distintos, intencionalmente construídas para esse fim. A problematização de uma atividade proposta no Geogebra é uma questão importante no processo de formação do professor de Matemática e que deve ser explorada sob a pena do não reconhecimento das reais potencialidades da geometria dinâmica. Acreditamos que as atividades revelam não apenas o nível de conhecimento do conteúdo do professor, familiaridade ou diferentes concepções de uso do GeoGebra mas, principalmente, a concepção do processo ensino-aprendizagem e a clareza dos objetivos do ensino da Matemática.

Introdução

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394/96), o Ensino Médio brasileiro, além da consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos pelos alunos durante o nível Fundamental de forma que lhes possibilite o prosseguimento nos estudos, tem como finalidades a preparação para o trabalho e para o exercício da cidadania; a formação ética; o desenvolvimento da autonomia intelectual e pensamento crítico e ainda, a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos relacionando a teoria com a prática no ensino de cada disciplina. (BRASIL, 1996).

Essa definição de propósitos revela um amplo espectro de Competências e Habilidades que se dão na realização do trabalho escolar disciplinar preconizados pelos documentos nacionais de referência curricular para o Ensino Médio brasileiro. Nesse sentido,

segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM (2002) e as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN+ (BRASIL,2002), o ensino da Matemática como de outras disciplinas escolares, contribue para o desenvolvimento nos alunos de habilidades relacionadas às competências da Representação e Comunicação, da Investigação e Compreensão e também da Contextualização Sociocultural. O conhecimento e a articulação dessas competências e habilidades integrados à uma proposta metodológica devem integrar a formação do professor de Matemática desse nível escolar.

Atualmente, estudos sobre a proposta metodológica de integrar o uso de tecnologias ao currículo escolar revelam contribuições para a compreensão e o desenvolvimento do pensamento matemático. Segundo os PCNEM (BRASIL, 2002, p.41), o impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com máquinas. Esse impacto exigirá do ensino de Matemática um “redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento.”

Softwares educacionais como o GeoGebra exemplificam essa tendência no ensino de Matemática porque se apresentam como instrumentos pedagógicos que facilitam e promovem a investigação, a exploração e a experimentação de conceitos, ideias e objetos da Matemática (GOOS, 2008).

Por outro lado, outros estudos evidenciam a necessidade de uma reflexão mais profunda na construção de atividades e discussão com os professores em formação sobre a utilização desses recursos uma vez que as reais potencialidades dos softwares podem não ser devidamente exploradas (LABORDE, 2011). Assim, a necessidade de refletirmos quais as potencialidades e limitações da tecnologia e de seus recursos no planejamento e proposição das atividades. Nesse sentido, ao considerarmos a linguagem do software GeoGebra e um recorte conceitual, é pertinente questionarmos: quais as contribuições do GeoGebra para o desenvolvimento das competências e habilidades relativas ao estudo de Funções Polinomiais do 1º grau no Ensino Médio?

Nesta pesquisa direcionaremos nossas reflexões sobre dois exemplos de atividades construídas no GeoGebra nas quais localizamos possibilidades para o desenvolvimento de Competências e Habilidades relativas ao estudo das Funções Polinomiais de 1º Grau ancorados nos documentos nacionais de orientação curricular. Este estudo trata-se, portanto, de uma pesquisa bibliográfica.

Competências e Habilidades em Matemática requeridas no Ensino Médio

Segundo os PCN+(BRASIL, 2002), aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de Competências e Habilidades que são essencialmente formadoras à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas argumentando, analisando, avaliando, tirando conclusões próprias, tomando decisões, generalizando e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

Nesse sentido, o conhecimento em Matemática no Ensino Médio, juntamente com as demais disciplinas da área *Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*, pode contribuir para a formação desses alunos colaborando para o desenvolvimento de habilidades relacionadas às competências citadas que, como metas, devem ser perseguidas na formação escolar (BRASIL, 2002):

Representação e Comunicação:

- Ler e interpretar textos de Matemática utilizando representações matemáticas (equações, gráficos, diagramas, fórmulas e tabelas);
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica e vice-versa e exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta e produzir textos matemáticos adequados;
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação bem como instrumentos de medição e de desenho.

Investigação e Compreensão:

- Identificar o problema (compreender enunciados e formular questões) e procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema;
- Formular hipóteses e prever resultados;
- Selecionar estratégias de resolução de problemas;
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta;
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos;

- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades;
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.

Contextualização Sociocultural:

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real;
- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento;
- Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade;
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Segundo os PCN+ (BRASIL, 2002, p. 121), o estudo das *Funções*:

[...] permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática.

Quanto ao tratamento deste conteúdo, o mesmo documento orienta para uma abordagem que propicie (BRASIL, 2002, p.122):

- Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema construindo modelos descritivos de fenômenos e fazendo conexões;
- Compreender o conceito de função associando-o a exemplos da vida cotidiana;
- Associar diferentes funções e seus gráficos correspondentes;
- Ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas;
- Identificar regularidades em expressões matemáticas e estabelecer relações entre variáveis.

Considerando as orientações nacionais para um “ensino por competências” preocupado com a integração dos jovens alunos do Ensino Médio em uma sociedade da informação crescentemente globalizada, concordamos que é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional, contextos esses que ganham novos contornos e exigem cada vez mais competências em Matemática.

O software GeoGebra como instrumento pedagógico no Ensino Médio

As atividades a seguir apresentam diferentes propostas para a abordagem do conteúdo *função polinomial do 1º Grau* utilizando o GeoGebra. Estão direcionadas para diferentes níveis de conhecimento e para diferentes objetivos de aula.

Na *Atividade 1 - Explorando os elementos de uma Função do 1º Grau*, utilizamos dois seletores associando-os aos coeficientes angular a e linear b da função $f(x) = ax + b$. O intervalo de variação do seletor foi posto de -5 à 5 com incremento 1 (Figura 1). Inicialmente, os alunos podem explorar livremente a construção mesmo sem ter muita consciência das suas ações. No entanto, a proposta da atividade deve ser direcionada para a exploração dos coeficientes a e b da função de modo que os alunos percebam a interferência de cada um no gráfico da função.

Na *Atividade 2 – Simulando um carro*, temos dois seletores que representam um velocímetro que varia de 0 a 100 Km/h e um cronômetro, variando de 0 a 600 minutos referentes à um carro. O gráfico representa o deslocamento do carro em função do tempo para uma velocidade média definida pelo seletor. A tabela associa valores do tempo T em horas com valores da distância D em Km. Esta atividade foi retirada e adaptada do site www.mathcasts.org/mtwiki/InterA/CarRaceSimulator.

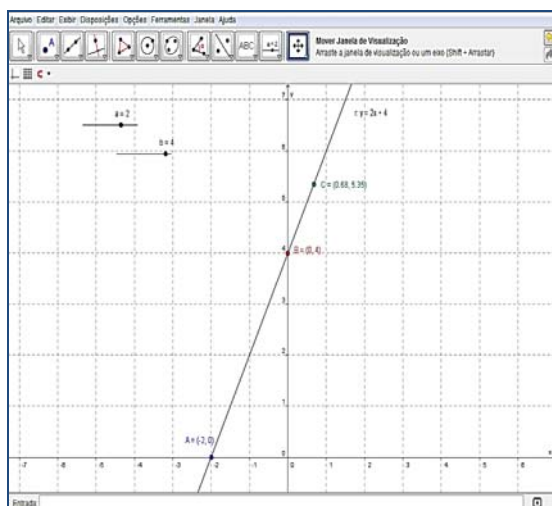


Figura 1 – Atividade 1 no GeoGebra

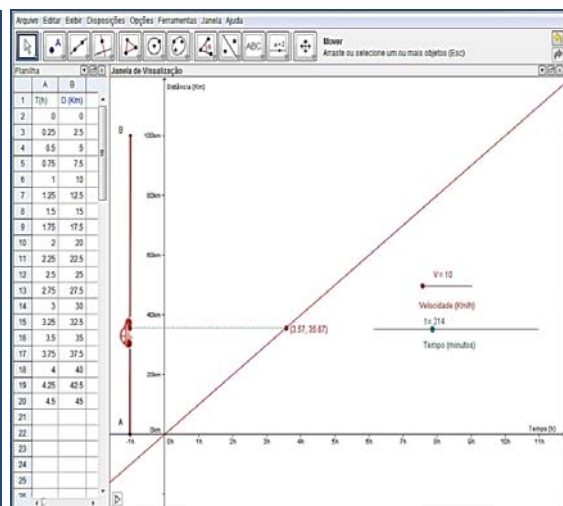


Figura 2 – Atividade 2 no GeoGebra

Recomendamos, neste momento, a leitura das questões propostas para as duas atividades no anexo deste artigo.

Sob o olhar das Competências e Habilidades em Matemática, exemplificamos de que forma os questionamentos propostos nas atividades associados ao GeoGebra podem colaborar no desenvolvimento das competências anteriormente apresentadas.

Sobre a competência da *Representação e Comunicação*, a atividade 2, ao trabalhar com a tabela ou com os seletores, os alunos devem perceber as grandezas que estão sendo tratadas e representadas no plano cartesiano e ainda fazer a transformação de horas em minutos, exigindo assim, o reconhecimento de símbolos, códigos e nomenclatura da linguagem científica. Isto pode ser verificado nas questões 1,2,3 e 4.

As atividades 1 e 2 propõem a articulação dos símbolos e códigos da Matemática no exercício da leitura e da interpretação do enunciado escrito na linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas e tabelas) e vice-versa. Na Atividade 1, especificamente nas questões 1 (c e d), 2, 3, 4(c), 5, 6 e 8. Na atividade 2, nas questões 3 e 5(c e d).

Na atividade 1, nas questões 1 (c e d), 6 e 8, o aluno deve escolher entre as formas em que os dados estão apresentados aquela que melhor justifica o comportamento da função. Por exemplo, utilizando a tabela os alunos podem analisar o comportamento de uma função crescente, ou seja, à medida que tomamos valores maiores para x , o mesmo ocorre com as respectivas imagens. Ou seja, para todo $x_1 < x_2$ temos que $f(x_1) < f(x_2)$. Isso seria possível no GeoGebra devido a possibilidade de obter rapidamente pares ordenados $(x, f(x))$ de cada reta movendo-se um ponto C construído sobre a reta que atualiza-se para quaisquer valores de a e b . Encaminhamento equivalente se daria para uma função decrescente. Também deve fazer uma escolha entre o seletor ou a equação da reta para apresentar uma forma geral para o ponto B nas questões 4 (c) e 5.

Utilizando a construção de uma tabela os alunos podem analisar o comportamento de uma função crescente, ou seja, à medida que tomamos valores maiores para x , o mesmo ocorre com as respectivas imagens. Ou seja, para todo $x_1 < x_2$ temos que $f(x_1) < f(x_2)$. Isso seria possível no GeoGebra devido a possibilidade de obter rapidamente pares ordenados $(x, f(x))$ de cada reta movendo-se um ponto C construído

sobre a reta que atualiza-se para quaisquer valores de a e b . Encaminhamento equivalente se daria para uma função decrescente.

No que diz respeito à Competência da *Investigação e Compreensão* em Matemática, as atividades 1 e 2 estimulam a busca por estratégias próprias para enfrentamento dos questionamentos propostos fazendo uso de um repertório matemático em vários campos do conhecimento como álgebra, geometria ou estatística.

Na Atividade 2, percebe-se o estímulo ao aluno pela identificação das informações relevantes como estratégia de enfrentamento da situação problema apresentada. De fato, temos dados em uma tabela, dados que podem ser obtidos a partir dos seletores e ainda a leitura dos pares ordenados. Esta habilidade é solicitada nas questões 4, 7, 8 e 9.

Na Atividade 1 os alunos são levados a identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades. Isto pode ser percebido no estímulo à generalizações da definição de crescimento ou decréscimo de uma função, na relação entre o coeficiente angular da função e o crescimento ou decréscimo da mesma, na generalização das ordenadas do ponto interseção $B = (0,y) = (0,b)$ da reta com o eixo Y . Esses aspectos estão presentes, por exemplo, nas questões 2, 4.c e 9. Já na Atividade 2, os alunos podem ser levados a associar o modelo linear de função $f(x) = ax$ e seu gráfico com a situação do problema proposto, bem como a relação inversamente proporcional da velocidade e do tempo gasto em um deslocamento. Devido a diversidade de possibilidades permito pelo GeoGebra, é possível conduzir os alunos para esse caminho da investigação e descoberta. Note esta intenção nos itens c), d) e e) da questão 7.

Na atividade 2, nas questões 8 e 9, é possível fazer previsões e estimativas sobre o tempo gasto e a velocidade necessária para Marina chegar em seu trabalho. Esses questionamentos podem desenvolver nos alunos a habilidade de selecionar, utilizar “instrumentos” de medição e de cálculo para as estimativas e para erros decorrentes dessas estimativas.

A Atividade 2, permite o estabelecimento entre conhecimentos disciplinares e interdisciplinares ao articular fenômenos e teorias dentro da própria Matemática e entre a Matemática e a Física. Com o auxílio do GeoGebra, a simulação de fenômenos

difícilmente observáveis em um contexto de sala, contribui para que o aluno adquira uma compreensão de mundo da qual a Matemática é parte integrante.

Considerações Finais

Ao fim deste trabalho, podemos afirmar que não esgotamos a discussão das possibilidades de questionamentos, tanto em termos de conteúdos matemáticos quanto nas Competências e Habilidades, possíveis em cada atividade. Nos dedicamos apenas àquelas em que o GeoGebra pode ser o diferencial. Este trabalho evidencia como os recursos do GeoGebra potencializam, juntamente com propostas e atividades estruturadas, o desenvolvimento de habilidades da competência da *Representação e Comunicação* e da *Investigação e Compreensão* no estudo das funções de 1º grau em Matemática, mesmo em se tratando de atividades diferentes e com objetivos distintos. De fato, é a possibilidade da experimentação, da visualização e da articulação entre os registros de representação dos objetos matemáticos que o GeoGebra torna-se um instrumento pedagógico para o ensino desta disciplina. Para finalizar, reforçamos a necessidade de reflexões como essa que apresentamos na formação de professores de Matemática. Uma discussão crítica sobre o planejamento de atividades e sobre as potencialidades/limitações de um software de Geometria Dinâmica para o ensino da Matemática em qualquer nível escolar.

Referências bibliográficas

Amado, N. e Carreira, S. (2008). Utilização pedagógica do computador por professores estagiários de Matemática: diferenças na prática de sala de aula. In A. Canavarro, D. Moreira e M. Rocha (Orgs.), *Tecnologias e Educação Matemática*, pp. 286 – 299. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Brasil (2000). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais Para o Ensino Médio: Matemática*. Brasília: MEC/SEB.

Brasil (2002). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+*; Brasília, MEC/SEB.

Goos, M. (2011). Technology Integration in Secondary Mathematics: Enhancing the Professionalisation of Prospective Teachers. In O. Zaslavsky e P. Sullivan (Eds.), *Constructing knowledge for Teaching Secondary Mathematics: Tasks to Enhance Prospective and Practicing Teacher Learning*, pp. 209 – 226.

Laborde, C. (2008). Multiple dimension involved in the design of tasks taking full advantage of dynamic interactive geometry. In: A. Canavarro, D. Moreira e M. Rocha (Orgs), *Tecnologias e Educação Matemática*, pp. 36 – 52. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

ANEXOS

Anexo A. Atividade 1 - *Explorando os elementos de uma Função do 1º Grau*

1. Fixando um valor positivo para o seletor b:
 - a. Movimente o seletor a entre os valores 0 à 5, o que você observa?
 - b. Movimente o seletor a entre os valores -5 à 0 o que você observa?
 - c. Para os valores negativos do seletor a, a função é crescente ou decrescente? Justifique graficamente tomando valores para x. Apresente ao grupo suas ideias.
 - d. Para os valores positivos do seletor a, a função é crescente ou decrescente? Justifique graficamente tomando valores para x. Apresente ao grupo suas ideias.
2. O que acontece com a reta quando $a = 0$?
3. Fixando um valor negativo para o seletor b, responda as perguntas anteriores. Alguma diferença? Qual? Onde?
4. Escolha um valor positivo para o seletor a e movimente apenas o seletor b entre os valores 0 à 5.
 - a. O que você observa?
 - b. Mantendo o mesmo valor do seletor a escolhido no tópico anterior, movimente o seletor a entre os valores -5 à 0. O que você observa?
 - c. Existe uma forma geral para o ponto B? Alguma semelhança com os valores exibidos no seletor ou na equação das retas obtidas?
5. Se o valor de a fosse negativo, o que mudaria nas respostas do item 4?
6. Mantenha os seletores selecionados nos seguintes valores: $a = 2$ e $b = 3$. Qual a função obtida algebricamente? Exiba a equação da reta e verifique sua resposta. Esta função é crescente ou decrescente?
7. Qual a relação entre os seletores e os coeficientes angular e linear da função?
8. Agora mantenha os seletores selecionados nos seguintes valores: $a = 2$ e $b = -3$. Qual a função obtida algebricamente? Esta função é crescente ou decrescente?
9. Qual a interferência do coeficiente linear no gráfico da função do 1º grau? E do coeficiente angular?

Anexo B. Atividade 2 – Simulando um carro

Diariamente Marina dirige seu carro vermelho à distância de 100 quilômetros de sua casa (A) para o trabalho (B). Ela dirige todo o percurso em velocidade constante. No visor do carro, um cronômetro exibe o *número de horas passadas* e um GPS exibe o *número de Km que o carro está de sua casa (A)*.

1. Observando o plano cartesiano, o que representa: O eixo das abscissas (x)? O eixo das ordenadas (y)?
2. O que representam os seletores azul e vermelho?
3. O que representa cada par ordenado?
4. A velocidade do carrinho é sempre constante ou variável? De onde parte o carrinho?
5. A velocidade de 100 km/h é permitida em que tipo de rua na sua cidade? Cite exemplos.
6. Ao passar por uma lombada eletrônica o que ela indica: a velocidade média ou a instantânea?
7. Observando a tabela, responda:
 - a) Ao posicionar o velocímetro em 30 km/h, qual a distância percorrida em 3h?
 - b) Posicione o velocímetro em 10 km/h, qual a distância percorrida em 3h?
 - c) Qual a relação entre as grandezas tempo e distância? São proporcionais?
 - d) É possível determinar alguma função que determine a distância percorrida por esse carrinho em função do tempo considerando a velocidade de 30 km/h?
 - e) É possível obter uma função que generalize o movimento deste carrinho para qualquer velocidade? Como chamamos as funções desse tipo na Matemática?
8. Hoje Marina saiu de sua casa às 09:00. Ela redefine o cronômetro a 0, e define seu velocímetro a 16 km/h. Quais são os dois números exibidos à 09:45 no visor do carro? A que horas Marina chega em seu trabalho? O que estamos desconsiderando no percurso de Marina?

9. Em um certo dia, Marina sai de casa às 8:40h e precisa chegar ao seu trabalho às 10:40h. Qual a velocidade que ela precisa para chegar em seu trabalho exatamente as 10:40h? O que estamos desconsiderando no percurso de Marina?