

## USO DEL GEOGEBRA EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN CARRERAS DE DISEÑO

Alicia M. Iturbe. María Elena Ruiz. M. Victoria Pistonesi. Susana G. Fantini  
aliciaitu@gmail.com - ruiz.melena@gmail.com - victoriapistonesi@yahoo.com.ar -  
susanagraciela@yahoo.com.ar

Universidad Nacional de Río Negro (UNRN). Argentina

Modalidad: Comunicación

Nivel educativo: Terciario- Universitario

Palabras claves: Geometría. GeoGebra. Actividades de enseñanza. Carreras de Diseño.

*En este trabajo presentaremos una experiencia didáctica del uso del GeoGebra para la enseñanza de la geometría en la asignatura Matemática de primer año de las carreras de Diseño en la Universidad Nacional de Río Negro, Argentina. Dicha asignatura forma parte del grupo de materias básicas en estas carreras.*

*En particular para esta ponencia hemos seleccionado algunas situaciones de enseñanza que ilustran diferentes propósitos en el uso del software GeoGebra:*

*- Para mostrar, es el caso del uso de un Apple sobre los frisos de Escher realizados con GeoGebra.*

*- Para realizar construcciones geométricas en el plano, que permitan estudiar curvas, polígonos, transformaciones, etc.*

*- Para relacionar "rectángulos notables" y "razón geométrica".*

*- Para evaluar en diferentes momentos del aprendizaje, podría ser trabajo práctico final o examen parcial.*

*Desarrollaremos el análisis didáctico de las actividades seleccionadas, abordando aspectos tales como: relación entre aritmética y geometría, diferencias entre el trabajo que se realiza con lápiz y papel o con GeoGebra para las construcciones geométricas, uso del GeoGebra en instancias de evaluación y caracterización de las intervenciones docentes al llevar este software al aula.*

*Finalmente una reflexión sobre beneficios del uso de GeoGebra en la enseñanza y cuidados a tener en cuenta.*

Al enseñar Geometría en las asignaturas Matemática en primer año de las carreras de Diseño de la UNRN, nos enfrentamos a diferentes problemáticas, tales como: ¿cuáles son los contenidos?, ¿cuál el alcance de los mismos?, ¿de qué manera abordar esos contenidos?, teniendo en cuenta que esta asignatura no es troncal en estas carreras, ¿cómo involucrar a los alumnos de diseño en las actividades propuestas?, ¿cómo plasmar en nuestro proyecto de enseñanza los diferentes vínculos entre el estudio de la matemática y la carrera de diseño?

En relación a los contenidos y al alcance de los contenidos, la geometría que abordamos es una geometría sintética (sin sistemas de referencias), descriptiva, constructiva. Geometría que entendemos no sólo como un conjunto de saberes, sino como un modo de relación con

ciertos problemas, los que hacen intervenir las complejas relaciones entre el espacio físico y el saber geométrico, los distintos registros del saber geométrico, y también distintas formas de validación de los enunciados geométricos.

Es desde aquí, que estamos explorando el uso del GeoGebra, ya que por su carácter dinámico nos brinda la posibilidad de enriquecer el tratamiento de los contenidos que proponemos, como por ejemplo la vinculación entre dibujo y figura, el carácter anticipatorio y de validación que nos ofrece la geometría, la vinculación entre la aritmética y la geometría, etc.

En relación al carácter dinámico, Arcavi y Hadas (2000) plantean que un ambiente dinámico permitiría a los alumnos construir figuras con ciertas propiedades y así poder visualizarlas, pero también les permitiría transformar aquellas construcciones en “tiempo real”, lo que contribuiría a la formación del hábito de transformar (mentalmente o por medio de un instrumento) un ejemplo particular para estudiar variaciones; visualmente sugiere invariantes y también proporciona la conformación de las bases intuitivas para justificaciones formales. Podemos agregar en este sentido, lo que plantean Cassina e Iturbe (2000) cuando expresan “el mismo software permite la validación inmediata de los resultados, ya que se puede observar de una manera interactiva si al variar los datos se alteran o no las condiciones establecidas”.

En cuanto a cómo abordar los contenidos propuestos en nuestras clases, privilegiamos que los alumnos se enfrenten a prácticas matemáticas, a la resolución de problemas que den lugar a la toma de decisiones y a debates sobre procedimientos, resultados y conclusiones, en un ida y vuelta entre teoría y práctica entre trabajo individual, grupal y colectivo. En estas clases el papel de profesor es acompañar, orientar a los alumnos, animar los debates, evaluar e institucionalizar los contenidos. En ese sentido el GeoGebra da posibilidad de variación de problemas para que el alumno explore en forma autónoma, durante el proceso de solución, permite que aparezca la búsqueda y exploración de relaciones matemáticas, así como visualizar y explorar el significado de esas relaciones. Como dice Santos Trigo (2007), “este ciclo de visualizar, reconocer y argumentar son procesos fundamentales del quehacer de la disciplina que los estudiantes pueden practicar sistemáticamente con la ayuda de este tipo de herramientas” (p. 51).

El alumno que cursa matemática en las carreras de Diseño, se encuentra dando sus primeros pasos en la universidad, lo que implica falta de vocabulario específico, poco conocimiento de obras arquitectónicas en general, escasos conocimientos tecnológicos, etc. Además, debemos considerar que en general, el estudiante de Diseño no tiene una “buena relación” con la matemática, ni tiene una cabal comprensión de la incidencia de ésta, en el desarrollo de su carrera, ni en el ejercicio posterior de la profesión. Creemos, que es posible que el uso de un software podría suavizar esta relación de los alumnos con la matemática.

Con la intención de vincular el estudio de la matemática con el arte y el diseño, apuntamos a aquellas situaciones que den la posibilidad de identificar nociones matemáticas en producciones artísticas, pues permite comprenderlas mejor y también usarlas en nuevas creaciones. Como lo plantea Doberti (2005) “en las creaciones artísticas o de diseño, el componente matemático es un factor más que aparece junto con la luz el color, o el volumen. La forma y el tamaño, su análisis, interpretación y manipulación, no es el único componente del planteamiento artístico, pero si es una de las bases de su estructura”.

Es en este sentido, que incorporamos el uso del GeoGebra en nuestra propuesta de enseñanza, tanto su uso como herramienta de resolución de problemas, como el uso de un applet generado por el GeoGebra, del que presentaremos un ejemplo más adelante.

A continuación presentamos las actividades que hemos seleccionado para ilustrar las cuestiones recientemente mencionadas. Nuestro interés es abordar algunas situaciones de enseñanza, que permitan ejemplificar formas de relacionar el uso del GeoGebra con la enseñanza de la geometría, y analizarlas desde un punto de vista didáctico.

### **Geogebra y “vinculación entre aritmética y geometría”**

La actividad que proponemos aquí, forma parte de una secuencia en la que se aborda el estudio de los rectángulos notables y la “proporción geométrica”. En particular, la misma se refiere a la razón áurea.

a) Dado un segmento, construye el punto que lo divide en razón áurea, utilizando el GeoGebra y con el programa de construcción descrito a continuación:

**Programa de construcción del punto que divide un segmento  $AB$  en razón áurea**

*Dibuja el segmento  $AB$  y traza la recta que contiene al segmento  $AB$ .*

*Construye una perpendicular a  $AB$  que pase por el punto  $B$ .*

*Encuentra el punto medio  $C$  del segmento  $AB$ .*

*Determinar  $D$ , punto de intersección entre la circunferencia de radio  $BC$  y centro  $B$ , y la recta perpendicular trazada.*

*Se traza la recta  $AD$ .*

*Determinar  $E$ , punto de intersección entre la circunferencia de radio  $BD$  y centro  $D$ , y el segmento  $AD$ .*

*Determinar  $F$ , punto de intersección entre la circunferencia de radio  $AE$  y centro  $A$ , y el segmento  $AB$ .*

*El punto  $F$  es el punto que divide al segmento  $AB$  en razón áurea.*

b) Verifica que el punto  $F$  divide al segmento  $AB$  en razón áurea.

El propósito de esta actividad es que los alumnos puedan resignificar la noción de razón, ya que la resolución de dicha actividad permitiría distinguir que la razón entre las medidas de los dos segmentos en los que quedó dividido el segmento dado, es independiente de la longitud de dicho segmento.

El uso del programa GeoGebra brinda la posibilidad de relacionar la invariancia de la razón geométrica mediante la experimentación, pues permite vincular la vista geométrica con la algebraica y así poder dar respuesta a la “verificación” solicitada en la consigna.

Para verificar que efectivamente el punto  $F$  divide al segmento  $AB$  en razón áurea, es necesario dar cuenta que la razón entre las medidas de los segmentos  $AF$  y  $FB$  es aproximadamente 1,618 (dependiendo de la configuración del redondeo que se haya dado) y que ésta es independiente de la medida de  $AB$ . Verificación que con el GeoGebra (ver Fig.1), puedo realizar porque permite dar entrada al cociente entre las medidas de  $AF$  y  $FB$  y ver en la pantalla algebraica que este valor no se modifica cuando arrastro el punto  $A$  y modifico las longitudes de los segmentos. En efecto la variación dinámica y continua permite la pregunta: ¿Qué varía y qué permanece igual? , cuya respuesta apuntaría al objetivo de la actividad que estamos analizando.

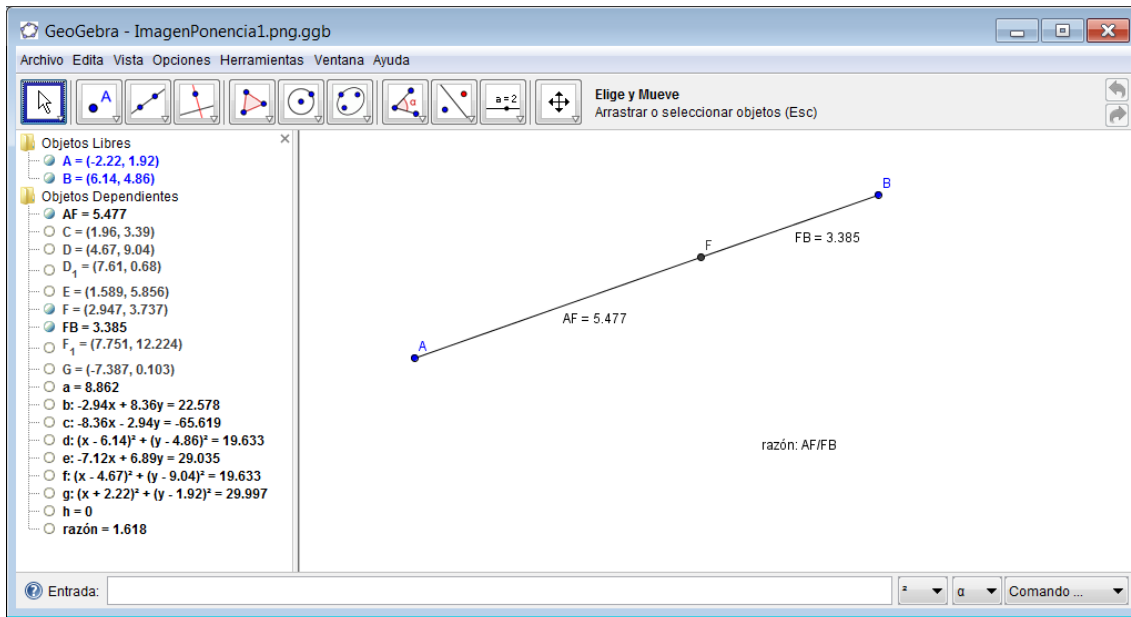


Fig.1

### GeoGebra y construcciones geométricas

Esta actividad corresponde a un conjunto de situaciones de construcciones geométricas con las que pretendemos estudiar las transformaciones rígidas y su relación con los polígonos.

Anteriormente se abordó el estudio de los polígonos y sus propiedades a través de construcciones geométricas, en entornos de “lápiz y papel” y con “GeoGebra”.

- 1) Construir un cuadrado a partir de un segmento dado.

Obs.: Se les plantea en la vista gráfica y se han bloqueado de la barra de menú las herramientas: polígono, recta, circunferencia.

Esta actividad fue trabajada anteriormente pero, se la retoma ahora, con la intención de abordar el estudio de las transformaciones rígidas. Usamos el GeoGebra ya que éste nos da la posibilidad de bloquear comandos, en este caso los que corresponden a la columna de “trazado de recta perpendicular”, “polígonos” y “circunferencia”, para que los alumnos, en la realización de esta construcción, sólo dispongan de los comandos correspondientes a las transformaciones rígidas. En las construcciones geométricas las condiciones y los instrumentos de construcción pueden funcionar como variables didácticas. En este caso, los comandos de los que disponen y la condición de construir a partir de un segmento dado son variables didácticas de esta situación y producen estrategias de resolución que se apoyan en la relación entre las propiedades del cuadrado y las transformaciones rígidas.

## GeoGebra y “vinculación entre geometría y arte”

Al abordar el estudio de las transformaciones rígidas aplicadas a un motivo mínimo para cubrir el plano, y apuntando a la vinculación entre la geometría y el arte, incluimos el estudio de los frisos del artista plástico holandés M.C. Escher<sup>1</sup>.

En particular utilizamos un applet, construido con GeoGebra, que ejemplifica en forma interactiva, cómo construir las teselaciones del plano con isometrías, de las obras realizadas por Escher. Dicho applet, que se encuentra en el siguiente sitio <http://docentes.educacion.navarra.es/~msadaall/geogebra/escher.htm>, nos ofrece una imagen viva que permitió por un lado, ilustrar en forma dinámica la vinculación entre las transformaciones rígidas y el proceso de cubrimiento del plano, y por otro lado, completar una secuencia de actividades en la que los alumnos debían utilizar dichas transformaciones para construir frisos.

## GeoGebra y evaluación

En las clases de Matemática, como lo hemos descripto recientemente, utilizamos el software GeoGebra para abordar distintas temáticas. Nos preguntamos, entonces, si no deberíamos incluir el uso de este software en las instancias de evaluación. Hemos considerado, así, su inclusión en dos actividades de evaluación: una que forma parte de un Trabajo Práctico Final de la asignatura, y otra que es parte del Examen parcial de las unidades Teoría de las transformaciones y Curvas cónicas.

En relación al Trabajo Práctico, la consigna dada es la que se expone a continuación:

### Trabajo Práctico: El Diseño y la Geometría

Este trabajo debe ser realizado en grupos de no más de tres integrantes. Consta de una parte escrita y una parte oral. Es de carácter obligatorio.

#### Parte escrita:

- a) Construir tres diseños:
  - i) Con curvas, espirales y/o circunferencias.
  - ii) Con polígonos regulares.
  - iii) Un friso que se construya utilizando las transformaciones isométricas.
- b) Para cada diseño se debe escribir el procedimiento de construcción (instructivo).
- c) Al menos uno de los diseños debe realizarse en Geogebra.

#### Parte Oral:

Seleccionar uno de los diseños anteriores y el instructivo correspondiente, y armar un afiche o PowerPoint que permita exponerlo ante sus compañeros.

Como podemos observar en dicha consigna, es el alumno el que decide para cuál de los tres diseños solicitados, utiliza el GeoGebra. En la exposición oral, los alumnos justificaron las razones por las cuales eligieron dicho software o por las cuales tuvieron que desistir de usarlo. En general estas razones se debían a que anticipaban el diseño y luego estudiaban la manera de llevarlo a cabo con el GeoGebra, y no siempre encontraban la forma de concretarlo. En la fig. 2, presentamos un ejemplo del trabajo realizado por un grupo de alumnos:

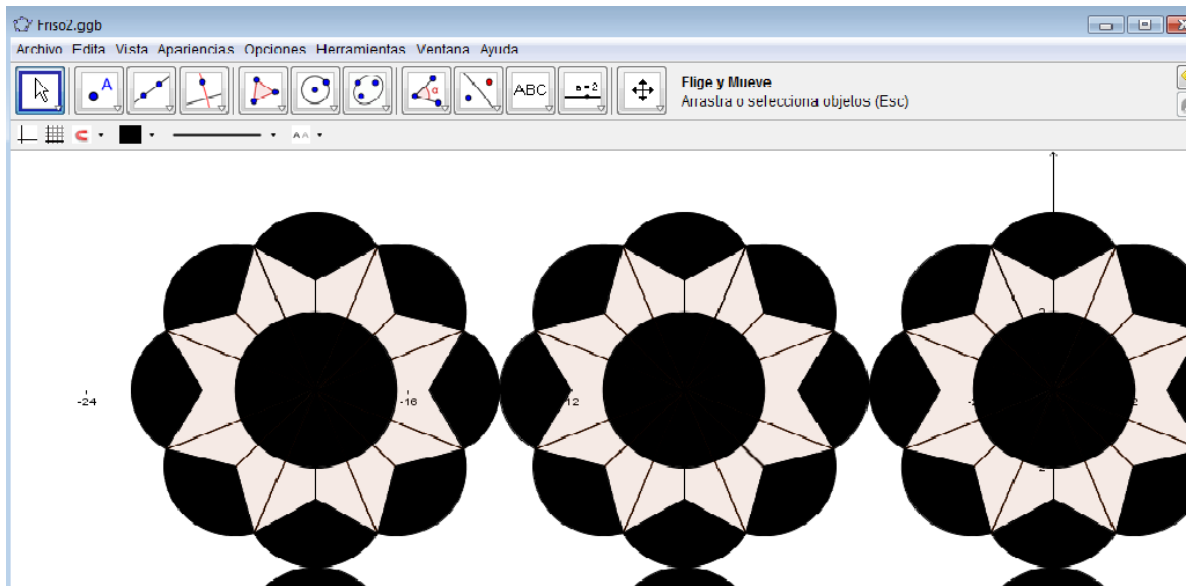


Fig. 2

En relación al Examen parcial, en la asignatura Geometría de Diseño de Interiores, se contempló la evaluación de composición de transformaciones y de curvas cónicas, en particular hipérbola. Este tema es objeto de una presentación que realiza en este mismo congreso, un colega que forma parte del equipo de cátedra de dicha asignatura, por lo que no nos detendremos en el mismo. Sólo puntualizar, al respecto, que la consigna planteada en la evaluación, apuntaba a que los alumnos realizaran previo a la construcción, la anticipación (por escrito) del efecto que producirá sobre las gráficas la modificación de alguno de los parámetros de la ecuación de la hipérbola. Luego, como parte de la evaluación, debían comprobar con el GeoGebra, las anticipaciones realizadas, y en los casos en que no coincide lo representado en la pantalla con lo anticipado, debían justificarlo. Este es un ejemplo donde la validación de una anticipación forma parte de la evaluación, utilizando para validar el GeoGebra.

### **Algunas consideraciones a tener en cuenta:**

En nuestro proyecto de enseñanza, la incorporación del uso del GeoGebra es reciente y ha sido beneficiosa en muchos aspectos, como lo hemos expuesto recientemente. Pero también nos interpela en numerosas cuestiones que nos invita a la reflexión y a la investigación.

Si bien no dudamos de la importancia de incorporar herramientas tecnológicas en nuestras clases, acordamos con Fioriti (en Ferragina, R., 2012) cuando señala al respecto, los posibles riesgos tales como, limitar la enseñanza a “mostrar” lo que se ve en pantalla o vaciar de contenido la enseñanza. En el mismo sentido coincidimos con Arcavi y Hadas (2000) cuando afirman que la incorporación de herramientas tecnológicas, es de poco valor si no se acompaña de situaciones problemáticas que hagan más significativo su uso, y sin la implementación por parte de un docente que proponga preguntas apropiadas en los momentos apropiados, que anime a los estudiantes a tomar postura sobre un problema, a tratar con resultados inesperados, a solicitar justificaciones, a tratar con intuiciones o conocimientos que puedan ser sustentados en una predicción incorrecta, que guíe la discusión, que promueva la coordinación entre diferentes representaciones.

### **Referencias bibliográficas**

Arcavi A., Hadas N. (2002). Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 63-85.

Cassina, S., Iturbe, A. (2000) *Construcciones geométricas con un software*. Recuperado de <http://www.educ.ar/educar/site/educar/dr.-geo.html>

Doberti R. (2005). Construcción de la geometría. Geometría de la construcción. *Journal of Mathematics & Design*, 5(2), pp. 49-66.

Ferragina, R., Amman, S.; Bifano F.; Cicala R.; González C.; Lupinacci L. (2012). *GeoGebra entra al aula de matemática*. (1a.ed.). Argentina: Miño y Davila.

Santos Trigo, L. (2007) La educación Matemática, resolución de problemas, y el empleo de herramientas computacionales. XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Querétaro. México.

---

<sup>1</sup> M.C. Escher, artista plástico holandés, conocido por sus grabados en madera, xilografías y litografías que tratan sobre figuras imposibles, teselados y mundos imaginarios.