

AZAR, PROBABILIDAD Y GEOGEBRA

Autores: Grupo de Matemática en Escuelas de Innovación

eimat@googlegroups.com

Escuelas de Innovación-Programa Conectar Igualdad-ANSES-Argentina

Modalidad: T

Nivel educativo: Medio

Palabras Clave: Frecuencia, Probabilidad, Muestra, Geogebra

RESUMEN:

El objetivo de este taller es analizar el comportamiento de la frecuencia de aparición de las distintas caras de un dado al ser arrojado. Esto se realiza mediante una serie de actividades, tratadas a partir de la utilización de Geogebra como herramienta de modelización. Buscando mostrar su potencialidad y limitaciones a la hora de introducir la noción de probabilidad. Intentaremos preguntarnos sobre las posibilidades que este enfoque permite para introducir distintas estrategias de aprendizaje referidas a la noción de azar. Así como los cambios que la potencia de cálculo de las computadoras nos presentan a la hora de introducir un trabajo sobre gráficos de frecuencias el cual abre un marco muy poco explorado dentro de la enseñanza de la probabilidad. Se propone que los docentes realicen una serie de problemas en los que se les plantea trabajar con la capacidad de acumular información que presentan las computadoras como medio para poder realizar previsiones y compararlas con gráficos sobre mayor cantidad de datos. Intentaremos mostrar que este enfoque permite potenciar una aproximación menos abrupta a la noción clásica de probabilidad.

OBJETIVOS:

Los objetivos para el desarrollo del taller son:

- Desarrollar una secuencia de actividades pensadas para abordar nociones de probabilidad.
- Reflexionar sobre la potencialidad de GeoGebra para modelar y simular experimentos de situaciones probabilísticas.
- Discutir en qué medida esto ayuda a entender situaciones contraintuitivas.
- Reflexionar sobre la pertinencia de GeoGebra como medio para introducir la probabilidad en la escuela media desde un enfoque frecuentista.

DESARROLLO:

Cada vez es más amplio el consenso que ve al “enfoque frecuencial” de la probabilidad, el cual facilita experimentar y/o jugar, como una entrada apta para desarrollar la intuición en probabilidades:

“El gran número de paradojas estocásticas puede confundir incluso a los expertos. Por ello, es más importante construir intuiciones correctas en este campo que en ningún otro. Por ello parece necesario ofrecer a los alumnos actividades estocásticas, en forma de juegos y experimentos.” (Batanero, Contreras, Díaz y Arteaga, 2009)

Desde este punto de vista el trabajo con GeoGebra presenta ventajas que creemos aportan a mejorar la dinámica de estos juegos y experimentos dado que al docente hoy se le presenta como dificultad al enseñar probabilidad, la introducción del concepto de “medida de cuán factible es un evento”. Esto se presenta al comienzo mismo del tema en cuestión pues la medida es dada pero no se suele problematizar “el por qué”. Con frecuencia, luego de un trabajo sobre combinatoria, se pasa de forma casi automática a trabajar con cálculos de probabilidad en espacios equiprobables. Se suele plantear a continuación un trabajo con fracciones a partir de la idea “casos favorables sobre casos totales”, sin embargo este concepto no tiene, en general, una exploración y un trabajo matemático previo, es una definición dada por el docente. Las actividades del presente taller apuntan a salvar la distancia existente entre las actividades básicas de conteo y las de cálculos de probabilidades.

Los problemas que trabajaremos en el taller se plantearon en el contexto de las capacitaciones del proyecto Escuelas de Innovación del Programa Conectar Igualdad. Pensamos que, más allá de que en este contexto se trabajó con docentes, estos problemas tienen una fuerte potencialidad para el trabajo con estudiantes de nivel medio, y bajo esa perspectiva se analizaron en las capacitaciones.

Se trabajará con una simulación de lanzamientos de un dado. Se pueden volver a realizar las tiradas las veces que se quiera. Se busca que a partir de la realización de una corrida y, observando el gráfico y los datos de la pantalla, los estudiantes respondan una serie de preguntas para familiarizarse con el problema y a partir de ahí se plantea una actividad tendiente a introducir la noción de probabilidad.

En otro grupo de preguntas se busca que el análisis de los gráficos se centralice en su aspecto

dinámico. Mediante la comparación de las distintas producciones de la simulación, se pretende que los participantes puedan construir una descripción que generalice el comportamiento del gráfico. Siguiendo con este razonamiento se puede concluir que las frecuencias relativas convergen a la probabilidad.

Creemos que las preguntas podrán responderse más o menos fácilmente en base a nociones, pruebas y ensayos, posibilitando la génesis del concepto de esperanza.

El poder realizar la simulación del experimento (la corrida) introduce una nueva manera de corroborar una respuesta. Se abre así una nueva faceta de la validación: ¿Hasta qué punto estas corroboraciones son una validación? ¿Hasta qué punto me ayudan a sostener mi respuesta?

A partir de este punto se realizará un trabajo de previsión a partir de un conjunto de gráficos.

Con el análisis de estos gráficos se busca que los participantes trabajen el vínculo construido entre la frecuencia relativa y la probabilidad. Así mismo se busca transferir algunas de las nociones construidas para experimentos equiprobables a experimentos no equiprobables.

En esta actividad se propone, dado un gráfico específico, determinar alguna situación que pueda ser representada por ese gráfico, al contrario del trabajo más usual de modelización matemática realizado en la escuela, en el cual, dada una situación, se pide encontrar las fórmulas, gráficos, cuentas, etc. que mejor la representan.

Luego propondremos un trabajo basado en la misma lógica que la de la actividad de los dados pero simulando las tiradas de una moneda con lo cual buscamos poner en cuestión la extendida creencia que el conocer resultados previos de eventos independientes da “alguna idea de cual puede ser el próximo evento”

“Por ejemplo, es común encontrar en los locales de apuestas de quiniela, una lista con los resultados de los últimos sorteos, ya que mucha gente analiza cuáles fueron los números que salieron en las últimas jugadas, o cuál es el número que menos ha salido en los últimos sorteos para decidir su apuesta. El argumento para justificar esta conducta suele ser que como en un número muy grande de sorteos, todos los números deben salir aproximadamente la misma cantidad de veces, el que menos ha salido hasta ahora tiene una mayor probabilidad. Pero la realidad es que no podemos decir nada sobre el sorteo

específico del día de hoy. La ley general no nos dice nada sobre el resultado particular (como en física). Es cierto que en las próximas experiencias, la frecuencia relativa de los números tenderá a estabilizarse, pero ello no nos permite afirmar nada sobre el resultado particular de la próxima experiencia.” (Gysin, Liliana ,2000)

La actividad constará de dos partes: en un primer momento se plantea que se conteste una pregunta sin el uso de computadora. Luego se habilita la exploración de un archivo el cual, por acumulación de experiencias, permite observar que las frecuencias de caras y cecas, luego de dos caras seguidas, tienden a ser iguales. En un segundo momento, proponemos la confección (en lápiz y papel) y el análisis de gráficos para el caso de una moneda equilibrada. Trabajaremos tanto en la observación de las frecuencias como en el análisis usando el Geogebra como generador de experimentos para confrontar ideas previas sobre la independencia de eventos.

A modo de conclusión presentamos un conjunto de preguntas con las que trabajamos en el contexto de las capacitaciones a docentes del proyecto “Escuelas de innovación”. El objetivo es reflexionar sobre el uso de la computadora y sus diferencias con el trabajo habitual sin ella. Algunos de los contenidos que estamos trabajando pueden tratarse en la escuela sin la computadora, pero creemos que, su tratamiento con la computadora proporciona nuevos abordajes y nuevas comprensiones. Las actividades presentadas en el taller muestran que existen otros contenidos que directamente no podrían haberse tratado sin el uso de la computadora. Así mismo creemos que estas actividades permiten concluir que las computadoras en general y GeoGebra en particular abre un campo muy rico para el trabajo con un enfoque frecuentista de la probabilidad.

BIBLIOGRAFÍA:

Batanero, C., Contreras, J. M., Díaz, C. & Arteaga, P. (2009). *Paradojas en la historia de la probabilidad como recurso didáctico. XV Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas*. Granada: Sociedad Thales.

Batanero, C., Estepa, A. & Godino, J. D. (1991), *Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria*. Suma, nº 9, pp. 25-31.

Contreras, J. M., Batanero, C., Arteaga, P. y Cañadas, G. (2011). *La paradoja de la caja de Bertrand: algunas formulaciones y cuestiones didácticas*. Epsilon, 28(2).

Gysin, L. (2000). La enseñanza de la noción de probabilidad. En Chemello, G. (comp) *Estrategias para la Enseñanza de la Matemática*, Universidad Nacional de Quilmes.