

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO TRABALHO COM FUNÇÕES LOGARÍTMICAS

Luciano Ferreira - Mariana Moran Barroso - Valdeni Soliani Franco
Lulindao66@hotmail.com - marianamorabar@gmail.com - vsfranco@uem.br
Universidade Estadual de Maringá - Universidade Estadual do Paraná/FECILCAM -
Universidade Estadual de Maringá - Brasil

Modalidade: Comunicação

Nível educativo: Terciário

Palavras chave: Funções Logarítmicas, GeoGebra, Investigação.

Resumo

O presente trabalho é uma proposta de ensino de Funções Logarítmicas utilizando o software GeoGebra como ferramenta computacional auxiliar. A investigação foi realizada com alunos em formação inicial do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) - Câmpus de Campo Mourão. O objetivo do trabalho foi realizar atividades no software GeoGebra de modo que os alunos percebessem que as operações envolvidas e seus resultados se referiam à definição de Funções Logarítmicas e suas propriedades. Deste modo, investigamos se há, pelos alunos, uma identificação da Função Logarítmica quando esta é definida de um modo menos usual, ou seja, definida de modo diferente dos comumente utilizados pelos livros didáticos.

INTRODUÇÃO

O conteúdo Funções Logarítmicas é estudado no Ensino Médio no Conteúdo Estruturante Funções. De acordo com as Diretrizes Curriculares de Matemática da Educação Básica (2008),

As Funções devem ser vistas como construção histórica e dinâmica, capaz de provocar mobilidade às explorações matemáticas, por conta da variabilidade e da possibilidade de análise do seu objeto de estudo e por sua atuação em outros conteúdos específicos da Matemática (PARANÁ, 2008, p. 59).

Mas, conforme notamos nos livros didáticos do Ensino Médio, a Função Logarítmica é definida como simplesmente a função inversa da Função Exponencial, ou como uma ferramenta para a resolução de equações exponenciais, ou ainda, a Função Logarítmica pode ser introduzida como um modo de exprimir os números na forma de potência de dez.

Considerando as informações acima, despertou-nos a curiosidade sobre o modo pelo

qual, alunos do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática, que já estudaram Funções Logarítmicas durante o Ensino Médio e também as aplicaram para resolução de diversos problemas durante a graduação, concebem este conceito.

Para alcançar nossas intenções foram elaboradas e aplicadas 7 (sete) atividades que nomeamos de Atividade 1, Atividade 2, assim por diante, até a Atividade 7, aplicadas a 13 alunos em formação inicial do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) - Campus de Campo Mourão. Mas, no âmbito desse artigo, nos reportaremos a essas 7 atividades dando uma ênfase maior para as três últimas.

Sendo assim, para trabalharmos o conceito de Funções Logarítmicas, utilizamos como livro base o *Logaritmos* de Elon Lages Lima (2010). Neste livro, o conceito de Logaritmo Natural é introduzido como a identificação da área de uma faixa de hipérbole e deste modo, todas as propriedades dos logaritmos podem ser verificadas. Ou seja, definimos o Logaritmo Neperiano (\ln) por $\ln(t) = \int_1^t \frac{1}{x} dx$, admitindo o seguinte teorema: “Toda função f contínua em um intervalo I tem primitivas”, então existe F que é primitiva de f tal que $F(1) = 0$.

De acordo com Almouloud (2011) não devemos ensinar o conceito de Funções Logarítmicas por meio de integral no terceiro ano do Ensino Médio. No entanto como trabalhamos esta abordagem com os alunos da graduação, pudemos utilizar integrais, pelo fato destes já terem estudado conceitos relacionados à Soma de Riemann, Integral Definida e principalmente a relação entre a Integral Definida e o Logaritmo Neperiano, ou melhor, $\ln(t) = \int_1^t \frac{1}{x} dx$. Ressaltamos que durante o curso, exploramos mais os aspectos geométricos justamente pela suposição de que os aspectos algébricos foram devidamente explorados durante suas graduações, contudo sem dispensar os comentários algébricos, bem como a definição das funções convenientes e etc.

Para que essa abordagem ficasse mais nítida, achamos conveniente utilizar uma aula investigativa com o software dinâmico GeoGebra, pois deste modo os alunos poderiam explorar a construção e os cálculos das respectivas áreas abaixo da curva hiperbólica que foi proposta.

A contribuição do GeoGebra nas aulas Investigativas

As mídias na educação tem sido um tema presente tanto na Educação Básica como no Ensino Superior.

Hoje, pelo menos no estado do Paraná, tem-se um programa governamental de inclusão digital das escolas públicas (são 2.100 escolas, incluindo as escolas rurais) chamado Paraná Digital (PRD) que está fundamentado na disponibilidade de recursos educacionais por meio de computadores e da Internet, com o objetivo de melhorar a qualidade do ensino. Ou seja, o PRD é uma tentativa de suprir a necessidade citada por Borba (2001).

Este artigo apresenta uma proposta de atividade de introdução às Funções Logarítmicas. Esta atividade visa relacionar, com auxílio do software GeoGebra, o modo como os logaritmos são ensinados no Ensino Médio e no Superior. Desta forma, com este curso, os acadêmicos participantes tiveram a oportunidade de entender esta relação desconhecida por eles mesmos, conforme veremos nos resultados desta simples pesquisa.

Por que da escolha do GeoGebra? O GeoGebra é um software livre de Geometria Dinâmica, que está implantado na rede Paraná Digital. O software GeoGebra foi escolhido porque apresenta uma característica diferente dos demais softwares de Geometria Dinâmica. O GeoGebra apresenta duas janelas, uma que exibe a área de desenho e outra que exibe objetos aritmético-algébricos. Vinculado a essa janela algébrica existe um campo de entrada, no qual podem ser digitados comandos analíticos para o traçado de objetos na área de desenho.

Podemos dizer que o GeoGebra além de ser um software gratuito de matemática dinâmica, ele permite trabalhar a Geometria, a Álgebra e o Cálculo. Este software nos oferece a oportunidade de visualizar a relação da representação algébrica com a geométrica de um objeto em estudo. Ele está instalado em todos os computadores das escolas estaduais do estado do Paraná, e pode ser instalado em qualquer computador sem custo.

Porém Ferreira e Barros (2010) alertam que o uso de um software de geometria dinâmica pode, quando mal utilizado, colaborar para a formação de conceitos alternativos (não científicos), mas também pode ser de muito auxílio. Neste caso, é de extrema importância que o professor saiba utilizá-lo. Este foi um dos motivos pelo qual nos interessamos em elaborar atividades de cunho investigativo. Acreditamos que as atividades investigativas proporcionam a descoberta pelo aluno de informações matemáticas que poderiam ter sido simplesmente apresentadas pelo professor.

A Investigação Matemática na sala de aula pode ser considerada, por Ponte *et al.* (2006) como uma das atuais Tendências ou Abordagens da Educação Matemática. Para estes

autores investigar significa trabalhar com questões que parecem ser confusas, mas procuramos clarificar e estudar de modo organizado.

“Ao iniciar a investigação, é importante que o aluno saiba o que lhe é pedido, em termos de produto final” (PONTE *et al.*, 2006, p.29). Mesmo se tratando de uma aula investigativa, o aluno precisa ter uma motivação e curiosidade a ser sanada para que a investigação faça sentido.

No caso deste trabalho, achamos pertinente o uso de investigações, pois toda a motivação teórica foi feita a partir de atividades que foram propostas aos alunos e para respondê-las estes precisaram executar comandos no GeoGebra que corroboraram ou não suas conjecturas. Portanto, percebemos que com o uso do software GeoGebra e a Investigação Matemática foram desenvolvidas certas competências nos alunos, como:

- **aprender a manusear um software matemático;**
- **a possibilidade do uso de ferramentas computacionais nas aulas de Matemática;**
- **a aprendizagem de uma nova abordagem para o Cálculo;**
- **o reconhecimento da Função Logarítmica como uma Soma de Riemann;**
- **a investigação como uma possibilidade de aprendizagem.**

Enfim, conforme Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 46) apontam, as tecnologias de informação e comunicação (TICs) permitem aos estudantes estudar temas tradicionais de maneira nova. Logo, acreditamos que a investigação aliada à tecnologia é uma ferramenta, que quando bem utilizada, é eficaz no processo de ensino e na formação de professores de Matemática.

OBJETIVO GERAL

O objetivo deste trabalho foi realizar operações no software GeoGebra de modo que os alunos percebessem que estas operações envolvidas e seus resultados se referiam à definição de Funções Logarítmicas e suas propriedades.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Proporcionar subsídios teóricos e computacionais para que os alunos reconheçam as propriedades das Funções Logarítmicas;
- Proporcionar subsídios teóricos e computacionais para que os alunos reconheçam a Função Logarítmica Neperiana.

PROBLEMA DE PESQUISA

Ao submeter alunos do 4º ano de Licenciatura em Matemática a realizarem atividades usando o software GeoGebra, estes serão capazes de identificar uma Função Logarítmica quando esta é definida de um modo menos usual, ou seja, definida de modo diferente dos comumente utilizados pelos livros didáticos?

METODOLOGIA DE PESQUISA

Para atender ao objetivo principal, fundamentamos esta investigação na abordagem da pesquisa qualitativa, haja vista que o “qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões” (BICUDO, 2004, p.104).

Os referidos alunos participaram de um Curso de Extensão oferecido pelos pesquisadores autores deste artigo que ocorreu no Laboratório de Informática do Departamento de Matemática da UNESPAR. A oficina teve a duração de 4 h/a e 13 alunos participaram como citado anteriormente.

Para analisar e interpretar os dados usamos a traços da análise de conteúdo, pois ela “enriquece a tentativa exploratória, aumenta a propensão à descoberta” (BARDIN, 1977, p.30). Para organizar os dados coletados, utilizamos unidades de análise que foram estabelecidas pelos pesquisadores após uma leitura detalhada das atividades respondidas pelos alunos.

Os resultados coletados foram vistos de acordo com a teoria descrita na obra *Logaritmos* do pesquisador matemático Elon Lages Lima, conforme explicado anteriormente.

Os dados para a análise foram coletados com o uso de questões matemáticas abertas que foram respondidas pelos alunos ao utilizarem o software GeoGebra como apoio. O GeoGebra foi decisivo para a construção dos logaritmos, pois este permite identificar com naturalidade os aspectos que pretendíamos estudar.

Relembrando que foram propostas 7 (sete) atividades e ao final de cada atividade os alunos responderam questões relacionando-as. O objetivo de cada questão era fornecer subsídios conteudistas para que os alunos pudessem construir a Função Logarítmica.

METODOLOGIA DA APLICAÇÃO

A Função Logarítmica tem trazido dificuldades aos alunos para sua assimilação e real compreensão, e de acordo com Almouloud (2011) isto se deve ao fato de que determinados conhecimentos científicos, dependendo do nível em que é trabalhado,

precisa ser acessível aos alunos. As dificuldades em aprendizagem da Função Logarítmica são percebidas principalmente quando se refere à concepção e formação de conceitos.

Neste caso, neste relato explanou-se as propriedades, o comportamento, o domínio e a imagem de Funções Logarítmicas sem que os sujeitos participantes soubessem à priori que essas características eram referentes às Funções Logarítmicas. Para trabalhar com o conceito destas funções, utilizamos uma abordagem geométrica com o apoio do GeoGebra.

Para a presente pesquisa utilizamos a Investigação Matemática, pois esta metodologia compatibiliza com o objetivo principal do trabalho. Ou seja, por meio da Investigação Matemática, os alunos, curiosamente, chegariam, ou não, a conclusões referentes à noção de Função Logarítmica. Para Bertini e Passos (2008), as atividades investigativas exigem do professor conhecimento suficiente para que este promova o envolvimento do aluno em atividades que se refiram aos conceitos com os quais deseja trabalhar.

Aos alunos participantes, foi oferecido um Curso de Extensão. Este curso abordou assuntos introdutórios sobre o GeoGebra, bem como, algumas atividades iniciais para que os alunos conhecessem os principais comandos deste software, em seguida, trabalharam-se, conceitos referentes à função logarítmica sem especificar aos alunos participantes que se tratava deste conteúdo.

O curso foi distribuído do seguinte modo:

1ª parte: apresentamos noções básicas do software GeoGebra;

2ª parte: realizamos atividades que introduziram conceitos e propriedades referentes às Funções Logarítmicas; investigamos a competência dos alunos em reconhecê-las como tal;

3ª parte: apresentamos, de fato, a Função Logarítmica definida com a utilização do software GeoGebra.

RESULTADOS OBTIDOS

A análise dos resultados está organizada por Atividades, visto que cada atividade proposta tinha um objetivo a ser alcançado. No presente artigo não mostraremos a análise detalhada mas somente as conclusões obtidas.

Todas as atividades propostas foram realizadas com o auxílio do software dinâmico GeoGebra.

Um dos motivos que nos levou a realizar o presente artigo foi, será que conseguimos relacionar alguns conteúdos estudados no Ensino Médio ao Ensino Superior? Para isso fizemos a seguinte pergunta: **Ao submeter alunos do 4º ano de Licenciatura em Matemática a realizarem atividades usando o software GeoGebra, estes serão capazes de identificar uma Função Logarítmica quando esta é definida de um modo menos usual, ou seja, definida de modo diferente dos comumente utilizados pelos livros didáticos?**

Para esta proposta ser efetivada e atender professores e alunos de Matemática, no que diz respeito a uma capacitação mais geral, fez-se necessário uma preparação mais apurada das atividades a serem aplicadas. Como consequência desta preparação, utilizando o GeoGebra percebemos durante a realização da parte experimental manifestações de dificuldades semelhantes às nossas ou de qualquer pessoa trabalhando com software dinâmico.

Como resgate teórico utilizamos as mídias, particularmente, o GeoGebra, e traços da Investigação Matemática, pois não queríamos somente investigar, desejávamos também possibilitar a aprendizagem acerca do assunto a ser ministrado.

Ao fazer uma análise mais aprofundada das categorias supracitadas, podemos dizer que os alunos começaram a reconhecer que estávamos tratando das Funções Logarítmicas, a partir do momento que começamos a testar as propriedades das Atividades 5 e 6.

São elas:

$$L(x.y) = L(x) + L(y), \quad L(x/y) = L(x) - L(y) \quad \text{e} \quad L(x^m) = m.L(x).$$

Podemos então responder afirmativamente nossa questão de pesquisa, pois os alunos A3, A8, A9, A11 e A12 identificam a Função Logarítmica, sendo ainda que apenas A6 identificou como uma Função Exponencial, e os demais A1, A2, A4, A7 e A10 que concluíram a atividade relacionando com uma Integral Definida.

Mesmo com o aparecimento de algumas respostas equívocas durante a aplicação das atividades obtivemos sucesso no pretendido, pois respostas corretas foram registradas nas últimas atividades, o que mostra a superação de obstáculos pelos alunos na aceitação de uma nova maneira de apresentar a Função Logarítmica.

Podemos finalizar afirmando que é possível ensinar as Funções Logarítmicas diferentemente de como aparece nos livros didáticos, desde que seja de uma forma organizada, respeitando os limites dos aprendizes. Podemos assegurar ainda que o software GeoGebra é de grande valia na aprendizagem matemática. Esperamos que este

artigo sirva de referência não só para trabalhos acadêmicos, mas também para as salas de aulas do Ensino Médio e de Formação de Professores.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, S. A. As transformações do saber científico ao saber ensinado: o caso do logaritmo. *Educar em Revista*, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 191-210, 2011. Editora UFPR.

BERTINI, L. F.; PASSOS, C. L. B. O Uso da Investigação Matemática no Processo de Ensino e Aprendizagem nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental. Encontro Brasileiro de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2008. Unesp – Rio Claro.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Qualitativa Segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, Marcelo de C.; ARAÚJO, Jussara de L. (Orgs). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autentica, 2004.

BORBA, Marcelo de Carvalho. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática in *Anais do I Simpósio de Psicologia da Educação Matemática*, Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática, Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná Pontifícia Universidade Católica do Paraná Curitiba, Brasil, dezembro de 2001 disponível em : <http://www.rc.unesp.br/gpimem/artigosbaixar.php>.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: volume único*. São Paulo: Ática, 2005.

FERREIRA, L.; BARROS, R. M. O. Uma nova métrica, circunferência quadrada e obstáculos. In.: V Congresso Internacional de Ensino da Matemática de outubro de 2010 ULBRA Canoas/RS · Brasil.

FIorentini, Dario; LORENZATO, Sergio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LIMA, E. L. *Logaritmos*. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

PARANÁ, Secretaria do Estado da Educação do. *Diretrizes Curriculares da Educação Básica – Matemática*, 2008.

PONTE, João P.; BROCARD, Joana; OLIVEIRA. *Investigações matemáticas na sala de aula*. 1ª ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2006.